Série A, n° 3106
N° d'ordre : 3978

THÈSES

PRÉSENTÉES

À LA FACULTÉ DES SCIENCES

DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

PIERRE LHERMITTE

1re **THÈSE.** — ***Contribution à l'étude de la couche limite des houles progressives. — Application aux mouvements de matériaux sous l'action des houles.***

2e **THÈSE.** — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 25 janvier 1958 devant la Commission d'examen

MM. PÉRÈS... *Président*
RIVIÈRE. } *Examinateurs*
BRUN... }

PARIS
IMPRIMERIE NATIONALE

1958

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PROFESSEURS

Doyen ..... J. PÉRÈS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.
FOCH	T	Mécanique physique et expérimentale.
PAUTHENIER	T	Électrotechnique générale.
DE BROGLIE	T	Théories physiques.
PRENANT	T	Anatomie et Histologie compar.
GARNIER	T	Géométrie supérieure.
PÉRÈS	T	Mécanique des fluides et applications.
LAUGIER	T	Physiologie générale.
M. CURIE	T	Physique (P.C.B.).
BARRABÉ	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
G. DARMOIS	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.
J. BOURCART	T	Géographie physique et Géologie dynamique.
PLANTEFOL	T	Botanique.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organiques.
PRÉVOST	T	Chimie organique.
BOULIGAND	T	Application de l'analyse à la Géométrie.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.
WYART	T	Minéralogie.
TEISSIER	T	Zoologie.
MANGENOT	T	Biologie végétale.
P. AUGER	T	Physique quantique et Relativité.
MONNIER	T	Physiologie des fonctions.
PIVETEAU	T	Géologie.
ROCARD	T	Physique (E.N.S.).
H. CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.).
LAFFITTE	T	Chimie générale.
FAVARD	T	Mécanique générale.
COULOMB	T	Physique du globe.
COUSIN (M^lle)	T	Biologie animale (P.C.B.).
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.
P. DRACH	T	Zoologie.
KASTLER	T	Physique.
EPHRUSSI	T	Génétique.
WURMSER	T	Biologie physico-chimique.
RIVIÈRE	T	Géologie (S.P.C.N.).
GAUTHERET	T	Biologie végétale (P.C.B.).
LUCAS	T	Recherches physiques.
A. THOMAS	T	Biologie cellulaire.
ARNULF	T	Optique appliquée.
M. MORAND	T	Physique.
SOLEILLET	T	Physique.
FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides.
DANJON	T	Astronomie.
LAPORTE	T	Physique générale et Radioactivité.
JANET	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.
PETIT	T	Biologie maritime.
QUENEY	T	Météorologie et Dynamique atmosphérique.
GALLIEN	T	Embryologie.
EICHHORN	T	Biologie végétale (P.C.B.).
DE CUGNAC		Biologie végétale (P.C.B.).
CAUCHOIS (M^lle)	T	Chimie physique.
THELLIER	T	Physique du globe.
L'HÉRITIER	T	Génétique.
GRIVET	T	Radioélectricité.
PONCIN	T	Mécanique des fluides.
DUBREIL	T	Arithmétique et Théorie des nombres.
QUELET	T	Chimie organique.
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
CHAMPETIER	T	Chimie macromoléculaire.
CUVILLIER	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
JUNG	T	Pétrographie.
TRILLAT	T	Microscopie et Diffraction électronique.
WIEMANN	T	Chimie organique structurale.
JACQUINOT	T	Spectroscopie et Physique céleste.
VASSY	T	Physique de l'atmosphère.
DESTOUCHES		Théories physiques.
PRUVOST	T	Géologie.
AMIEL	T	Chimie (P.C.B.).
HOCART	T	Minéralogie.
J.-P. MATHIEU	T	Physique (P.C.B.).
COUTEAUX	T	Biologie animale (P.C.B.).
MAY	T	Biologie animale (P.C.B.).
CHOQUET	T	Calcul différentiel et intégral.
FELDMANN		Biologie (P.C.B.).
GUINIER	T	Physique (P.C.B.).
JOST	T	Biologie (P.C.B.).
FORTET	T	Calcul des probabilités.
SCHWARTZ	T	Méthodes mathématiques de la physique.
CHOUARD	T	Physiologie végétale.
MALAVARD	T	Aviation.
BRELOT	T	Calcul différentiel.
NORMANT	T	Chimie (P.C.B.).
BENARD	T	Chimie (P.C.B.).
BUVAT	T	Botanique (E.N.S.).
DUGUÉ	T	Statistiques mathématiques.
GELOSO		Chimie (S.P.C.N.).
SOULAIRAC	T	Psychophysiologie.
ULRICH	T	Physiologie végétale.
MARÉCHAL	T	Optique théorique et appliquée.
KIRRMANN	T	Théories chimiques.
CHADEFAUD		Botanique.
DESTRIAU	T	Physique (M.P.C.).
LE BRETON (M^lle)		Physiologie générale.
SALEM	T	Mathématiques générales.
LELONG	T	Mathématiques générales.
DEVILLERS		Anatomie et Histologie comparées.
EHRESMANN	T	Topologie algébrique.
FRANÇON		Physique (M.P.C.).
GLANGEAUD	T	Géographie physique et Géologie dynamique.
GODEMENT	T	Mathématiques (M.P.C.).
PISOT	T	Calcul des probabilités.
ROCH (E.)		Géologie.
SCHATZMANN	T	Astrophysique.
TERMIER	T	Paléontologie stratigraphique.
ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.
JOLIOT	T	Physique nucléaire et Radioactivité.
LENNUIER		Physique (P.C.B.).
RIZET		Génétique.
TONNELAT (M^me)		Théories physiques.
DIXMIER		Mathématiques (M.P.C.).
SOUCHAY		Chimie (P.C.B.).
AIGRAIN		Physique (P.C.B.).
BRUSSET		Chimie (P.C.B.).
M. LEVY		Physique théorique.
LENORMANT		Physiologie.
CHAIX (M^me)		Chimie biologique.
HUREL-PY (M^me)		Biologie végétale (P.C.B.).
PIAUX		Chimie (P.C.B.).
BRUN		Mécanique expérimentale des fluides.
LEDERER		Chimie biologique.
DUBREIL-JACOTIN (M^me)		Mathématiques.
LELONG-FERRAND (M^me)		Mathématiques (E.N.S.).
BELLAIR		Géologie (S.P.C.N.).
COTTE	T	Physique (M.P.C.).
DUBOIS (J.-E.)		Chimie.
LAMOTTE		Zoologie.
LE ROLLAND		Mécanique des fluides.
MICHEL		Chimie (P.C.B.).
OLMER		Energétique générale.

Secrétaire général ..... C. MONIER

COMITÉ CENTRAL D'OCÉANOGRAPHIE ET D'ÉTUDE DES CÔTES
(C. O. E. C.)

N° 136

CONTRIBUTION
À L'ÉTUDE DE LA COUCHE LIMITE
DES HOULES PROGRESSIVES

Série A, n° 3106
N° d'ordre : 3978

THÈSES

PRÉSENTÉES

À LA FACULTÉ DES SCIENCES

DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

PIERRE LHERMITTE

1re **THÈSE.** — ***Contribution à l'étude de la couche limite des houles progressives.*** — ***Application aux mouvements de matériaux sous l'action des houles.***

2e **THÈSE.** — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 25 janvier 1958 devant la Commission d'examen

MM. PÉRÈS.. *Président*
RIVIÈRE. } *Examinateurs*
BRUN... }

PARIS
IMPRIMERIE NATIONALE

1958

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

AVERTISSEMENT

La présente « Contribution à l'étude de la couche limite des houles progressives », qui a fait l'objet d'une thèse de doctorat ès sciences brillamment soutenue en janvier 1958 à la Sorbonne, ouvre un nouveau chapitre de la dynamique des houles; celui des mouvements fluides ondulatoires prenant en compte les phénomènes « marginaux ». Aucun auteur ne les avait, avant M. Pierre LHERMITTE, abordé de façon aussi systématique, malgré l'ancienneté de la remarque faite par DE CALIGNY (1878), relativement à la répartition du courant d'entraînement (ou du « transport de masse ») au voisinage du fond, en désaccord avec celle trouvée pour la houle de STOKES en profondeur limitée. Mais M. MICHE dans cette « somme » sur la houle cylindrique monochromatique qu'il a présentée en 1944 dans les *Annales des Ponts et Chaussées* a montré que les équations de la houle sur fond horizontal, au second ordre d'approximation, comportent une fonction arbitraire de la profondeur qui est précisément le courant d'entraînement lié d'ailleurs à la répartition verticale du rotationnel. Les diverses houles du second ordre diffèrent donc par ce courant ou le rotationnel.

Partant d'expériences de laboratoire, M. P. LHERMITTE, met en évidence, sur un fond lisse ou de rugosité modérée, la présence, dans la couche limite du fond, d'un important transport moyen dans la direction de propagation; il en résulte dans les basses couches du fluide sain, l'apparition d'un rotationnel opposé à la rotation des particules fluides sur leur orbite, donc, suivant M. MICHE, un courant d'entraînement en accord avec les observations de CALIGNY. En présence de rugosités croissantes du fond, les courants d'entraînement, à son contact, deviennent moins intenses et revêtent souvent un caractère aléatoire. A la limite de fonds de rugosités différentes, il peut y avoir arrêt du débit moyen dans la couche limite qui se résout alors en mouvements ascendants allant alimenter la couche fluide moyenne dans laquelle le courant d'entraînement est opposé à la propagation. De tels mouvements ascendants avaient été pressentis par M. MICHE (1944).

Fixant alors sont attention sur la couche limite, l'auteur analyse son comportement au cours d'un cycle de houle, retrouve théoriquement les conclusions expérimentales, met en évidence à un instant du cycle la présence de décollement de cette couche limite et propose divers critères caractérisant sa stabilité.

Appliquant ces résultats à l'étude des mouvements de matériaux, sable ou vase, sous l'effet de la houle, M. P. LHERMITTE attribue au décollement de la couche limite la formation des rides de sable. L'existence de ces rides transforme les phénomènes de la couche limite qui étaient, comme la houle,

des phénomènes périodiques dans le temps et dans l'espace, en phénomènes périodiques dans le temps seulement. Ce processus détermine l'équilibre apparent des rides et explique la stabilité du système houle-rides. Pour des amplitudes de houle suffisantes, cette stabilité est compromise par la mise en saltation du matériau sur une épaisseur notable : il y a alors, près du fond, transport considérable du matériau dans le sens de propagation de la houle, processus assimilable à celui du débit moyen de la couche limite des houles. On peut expliquer ainsi, selon l'auteur, de nombreux phénomènes observés sur les plages de sable et dont les causes profondes n'avaient pas encore été analysées. Un fond de vase se comporte, en présence de houle, comme un « fluide » ayant une viscosité variable et qui participe au mouvement de la houle tout en la modifiant. Il y a un débit important au fond dans le sens de la propagation et donc une remontée du matériau vers le rivage avec, éventuellement, remise en suspension dans la zone de déferlement.

C'est un travail de synthèse très utile auquel s'est livré M. P. LHERMITTE, synthèse, d'abord, de l'hydrodynamique marine classique et de l'hydraulique, voie trop peu explorée jusqu'à présent; synthèse aussi qui relie de façon quantitative et rationnelle les mouvements liquides au voisinage du fond et les mouvements mêmes des particules présentes sur ce fond. L'Ingénieur des Travaux maritimes et le Technicien du Régime des Côtes, le Géologue et le Sédimentologue trouveront des guides plus sûrs dans la compréhension du mécanisme réel intervenant dans l'équilibre dynamique du fond sous l'action de la mer.

Un tel travail entre dans le cadre exact des sujets d'étude du Comité d'Océanographie et d'Étude des Côtes qui est heureux de présenter cette publication. Il espère qu'elle contribuera à faire connaître l'indiscutable originalité des idées de l'auteur. Technicien des Travaux maritimes, M. P. LHERMITTE, Ingénieur des Ponts et Chaussées, a puisé l'origine de son travail dans une attentive observation des phénomènes naturels. Son ingéniosité mathématique et la sûreté de son esprit déductif l'ont amené à proposer des explications à des phénomènes, d'observation comme d'abord mathématique difficiles. Mais il a ouvert une voie qui ne peut être que très féconde.

Paris, février 1958.

H. LACOMBE.

du Secrétariat permanent du C.O.E.C.,
Professeur d'Océanographie physique au Muséum,
Ingénieur hydrographe en chef de la Marine (H.C.).

AVANT-PROPOS

Les problèmes portuaires, d'évolution des côtes, d'hydraulique maritime que nous avons étudiés sur modèle réduit, au Laboratoire central d'hydraulique de France, nous ont amené à approfondir notre connaissance de la structure interne de la houle, du comportement de la couche limite engendrée au cours de ces mouvements, et de leur action sur les matériaux du fond.

Nous nous sommes donné pour but dans le présent travail d'exposer, d'une part, les résultats des recherches expérimentales que nous avons effectuées sur ce sujet dans les canaux d'essais du laboratoire, avec le concours dévoué des ingénieurs et techniciens et, d'autre part, les considérations théoriques que nous avons été amené à développer à la suite de ces expériences.

Les conseils, les encouragements et les remarques que nous ont donnés MM. les Inspecteurs généraux et Ingénieurs en chef des Ponts et Chaussées avec qui nous avons eu l'occasion de discuter certains résultats d'observations, et M. MICHE, docteur ès sciences, qui a suivi l'évolution de nos études, nous ont largement aidé dans ce travail.

M. le Doyen PÉRÈS, malgré la multiplicité de ses tâches, et M. le Professeur BRUN ont bien voulu assurer la direction de nos travaux et nous guider, tant dans l'interprétation des résultats, que dans la rédaction définitive du texte.

Nous tenons à leur exprimer notre très profonde reconnaissance.

INTRODUCTION

L'étude de la propagation de la houle, cas particulier des mouvements ondulatoires à surface libre, a été abordée, tant au point de vue expérimental que mathématique, par de très nombreux auteurs.

A l'heure actuelle, on sait déterminer la forme mathématique des solutions les plus générales, satisfaisant aux équations de l'hydrodynamique classique, relatives à un fluide parfait, donc non doué de viscosité, et animé d'un mouvement non turbulent. La présence du fond introduit la condition aux limites classiques selon laquelle la composante de la vitesse des particules normale à la paroi, est nulle. Mais aucune hypothèse n'est faite en ce qui concerne la composante tangentielle. Ces différentes solutions permettent, suivant l'approximation désirée, de décrire, d'une façon très satisfaisante, les mouvements réellement observés.

En réalité, le comportement d'un fluide réel, au voisinage d'une paroi, s'écarte notablement de celui d'un fluide parfait, du fait que l'importance relative des forces d'inertie décroît graduellement au profit de celles de viscosité. Cependant, ainsi qu'il est admis dans le cas des écoulements réels non périodiques, les phénomènes qui se développent à proximité de parois ou d'interfaces de fluide — phénomènes que, d'une façon générale, nous qualifierons de marginaux — peuvent être négligés dans la majorité des problèmes classiques relatifs à la houle. On doit d'ailleurs convenir de ne considérer l'influence de ces phénomènes marginaux comme négligeables, que lorsque les écarts entre les caractéristiques du mouvement global réel et celles du mouvement théorique, ou mieux, lorsque les différences entre leurs effets respectifs, restent inférieures à une limite conventionnelle — qu'il s'agit de définir dans chaque cas particulier — ou ne sont pas décelables par les instruments de mesures.

Ce n'est qu'assez récemment que différents auteurs, abordant des problèmes qui se révélèrent être en étroite relation avec les phénomènes marginaux — parmi lesquels nous citerons l'amortissement de la houle et le transport des particules solides — ont été conduits à étendre les hypothèses précédemment admises et à postuler, en particulier, que la composante tangentielle de la vitesse des particules, à la paroi, était nulle.

Il en résultait, implicitement, l'existence d'une couche limite, et il convenait, dès lors, d'en étudier les propriétés.

Les quelques études, que nous analysons dans le présent travail, avaient pour but essentiel de préciser, d'une manière aussi complète que possible, la structure interne de la houle dans l'ensemble de la masse fluide — domaines marginaux compris — et d'appliquer cette connaissance aux phénomènes directement liés à cette structure.

Dans l'*exposé préliminaire* nous essaierons de dresser un tableau d'ensemble des phénomènes que nous avons étudiés, de leurs conséquences et applications pratiques, en insistant particulièrement sur les faits nouveaux ainsi mis en évidence.

Après cet exposé préliminaire, nous développerons suivant un ordre plus rationnel, et sur des bases mathématiques plus précises, l'exposé de l'ensemble des phénomènes. Cette partie du travail comprend quatre chapitres.

Dans le *premier chapitre*, nous exposons rapidement les théories mathématiques de la houle progressive cylindrique en négligeant l'influence de la viscosité au contact du fond. Nous excluons donc l'influence de la couche limite, et traitons, en fait, de ce que nous appellerons dans le présent texte « le fluide sain ». Nous compléterons toutefois les résultats classiques afin de tenir compte des résultats exposés dans le chapitre préliminaire.

Le *second chapitre* est consacré à l'étude théorique de la couche limite des houles progressives cylindriques et à la vérification de la concordance des considérations théoriques ainsi données avec les observations pratiques.

Dans le *chapitre III*, consacré à la présentation et à la discussion des résultats obtenus, nous préciserons les paramètres déterminant les conditions d'existence et les caractéristiques des différents domaines, qu'il y a lieu de distinguer.

Le *chapitre IV* traite de l'application à l'entraînement des matériaux des observations générales faites sur la couche limite, et, en particulier, des mouvements de la vase sous la houle, du transfert des sables et de la formation de rides sous l'action de la houle.

EXPOSÉ PRÉLIMINAIRE

TABLEAU D'ENSEMBLE DES PHÉNOMÈNES HYDRAULIQUES

Les études que nous avons effectuées sur les houles avaient pour but de vérifier certains résultats théoriques, relatifs à la structure interne de la houle, tant en ce qui concerne le fluide sain, que la couche limite.

La description des études expérimentales ainsi que les développements théoriques, auxquels il sera procédé, ne concernent que les houles cylindriques établies, c'est-à-dire les mouvements ondulatoires progressifs, que nous supposerons de plus, rotationnels; nous nous limiterons néanmoins aux ondes monochromatiques.

Ces études, purement hydrauliques, ont été effectuées conjointement avec les essais de transport de matériaux que nous exposerons dans le quatrième chapitre de ce travail. Elles ont porté sur des cas expérimentaux très divers.

I. GÉNÉRALITÉS

1° Conditions d'exécution des essais.

a. *Essais effectués dans le canal vitré du Laboratoire central d'hydraulique de France.*

La majorité des essais et les mesures les plus précises ont été effectuées dans le canal vitré (largeur : 1 m; longueur utile : 54 m) du L.C.H.F. On s'est efforcé de réaliser des conditions expérimentales telles que la houle étudiée soit aussi proche que possible de la houle théorique.

1. Le volet batteur était à axe virtuel, afin que le déplacement en surface et sur le fond, dans la zone de génération du mouvement, soit sensiblement conforme au déplacement théorique.

2. La houle était engendrée par l'intermédiaire de ce générateur à axe virtuel et d'un système d'éléments souples jouant le rôle de filtres, et assurant la production d'ondes monopériodiques extrêmement régulières.

3. Le fond du canal était rigoureusement horizontal, et imperméable.

4. Un dispositif d'éléments souples avait été placé sur la pente de déferlement (dans les cas où les conditions expérimentales l'exigent), à l'extrémité du canal opposé au générateur, de façon à éviter, d'une part, toutes réflexions

de la houle et, d'autre part, que le courant dû au déferlement ne vienne perturber les courants internes propres au mouvement de la houle.

Les essais effectués dans ces conditions, l'ont été avec des hauteurs d'eau variant de 10 à 50 cm, des longueurs d'ondes des houles de 0,5 à 8 m et des amplitudes comprises entre 1 et 26 cm.

Sur le fond du canal avaient été aménagées des sections-types de différentes rugosités :

Une plaque de verre 80 × 40 cm.....	$\varepsilon = 0$ mm
Ciment lisse.....	$\varepsilon = 0{,}1$ mm
Ciment bouclier.....	$\varepsilon = 0{,}2$ mm
Sable.....	$\varepsilon = 0{,}5$ mm
Graviers.....	$\varepsilon = 2$ à 5 mm ε moyen $= 3$ mm

Chaque rugosité s'étendait sur 1,50 m et était séparée de la suivante par 3 m de ciment lisse ($\varepsilon = 0{,}1$ mm) [distance amplement suffisante pour que la turbulence due à la rugosité précédente soit totalement homogénéisée].

A la pente de déferlement de 5 %, qui limitait le canal au cours des expériences relatives au fond horizontal, ont été substituées, par la suite, des pentes successivement égales à 1 %, 2 %, 5 %. Sur ces pentes ont été étudiés rapidement les phénomènes hydrauliques particuliers qui prennent naissance dans ce cas, ainsi que les mouvements de matériaux susceptibles d'être observés sur des fonds inclinés.

b. *Essais effectués dans le petit canal à houles du L.C.H.F.*

Les essais, dans le petit canal à houles du L.C.H.F. (largeur : 0,50 m; longueur utile : 40 m), furent effectués avec une hauteur d'eau variant de 10 à 35 cm, des houles de longueurs d'ondes variant de 1 à 3 m et des amplitudes de 1 à 10 cm.

2° **Méthode d'analyse.**

La phase expérimentale de l'étude hydraulique de la houle a été réalisée en utilisant la méthode colorimétrique, qui consiste à individualiser les particules d'un volume réduit de la masse fluide au moyen d'un colorant. Le permanganate de potassium convient particulièrement bien pour ces expériences, du fait qu'il ne modifie pratiquement pas les propriétés physiques de l'eau, qu'il est caractérisé par une diffusion moléculaire pratiquement inexistante, et qu'il donne lieu à des nuances de coloration très diverses.

Cette méthode passe généralement pour être assez subjective; on lui reconnaît la qualité de donner des indications précieuses, mais d'ordre qualitatif essentiellement. Cependant, ainsi que nous le verrons lors de la description des phénomènes observés, elle nous a permis d'étudier, d'une part, les mouvements particulaires intervenant dans la propagation de la houle et, d'autre part, de noter et de différencier les états turbulents, en profitant de la diffusion résultant des transferts fluctuants de masses fluides d'un filet à l'autre.

1. Introduit à la partie supérieure du fluide sain, un cristal de permanganate, soumis à la pesanteur et au champ des vitesses de la masse fluide, décrit une trajectoire sinueuse matérialisée par une fine traînée colorée et mouvante, qui suit les mouvements orbitaires des particules d'eau.

La déformation de cette traînée, pendant un intervalle de temps suffisant, de l'ordre de quelques centaines de périodes, permet de déterminer le diagramme de variation, en fonction de la profondeur, des *vitesses moyennes* des particules colorées, résultant de l'inégalité des excursions aller et retour de ces dernières.

Une désorganisation éventuelle de la traînée, dont la finesse constitue la preuve du caractère laminaire du mouvement, permet de déceler un domaine fluide partiellement turbulent.

2. Un cristal de permanganate, déposé sur le fond, constitue une source de colorant, donnant aux particules d'eau, qui viennent en contact avec elles, une coloration qui persiste dans la suite du mouvement; la masse colorée évolue plus ou moins rapidement suivant la vitesse locale du courant d'entraînement moyen, ou suivant le niveau de turbulence.

Les essais sont effectués avec des cristaux de grosseurs différentes, variant de 1/10 à quelques millimètres de diamètre, de façon à englober les cas où le domaine marginal se développe en l'absence, ou en présence, d'obstacles situés sur le fond.

On notera que la partie du domaine marginal, où prennent naissance les phénomènes de paroi, partie que nous définirons comme étant la couche limite, se distingue nettement du fluide sain. Parmi les preuves qui en seront fournies dans la suite de l'exposé, citons :

— l'inégalité des vitesses moyennes des particules colorées de la couche limite et de celles du fluide sain, de part et d'autre de leurs frontières;

— le décollement de la couche limite, qui se traduit par l'émission de bouffées colorées en forme de cornes et donne lieu à des trajectoires de particules colorées présentant des points de rebroussement (alors que les particules du fluide sain décrivent des ellipses fermées); etc.

3. Les phénomènes marginaux qui se développent au voisinage immédiat de la surface libre peuvent être visualisés, dans certains cas particuliers, en déposant une solution de permanganate sur la surface libre, ou en réalisant la suspension d'un cristal. Ces phénomènes présentent des caractères qui conduisent à les assimiler à des phénomènes de couche limite.

3° Terminologie.

Les différents phénomènes que nous serons amenés à décrire font intervenir des notions que nous empruntons au développement classique de la naissance des couches limites dans le cas des plaques planes.

Nous appelons « fluide sain » la partie de la masse fluide dans laquelle le mouvement des particules n'est pas influencé par les forts gradients de vitesse que l'on observe au voisinage d'une paroi ou d'une interface de liquide.

Pratiquement, nous désignerons par fluide sain les zones complémentaires de celles où s'observent ces forts gradients de vitesse.

Nous appellerons « couche limite » la zone directement influencée par le contact d'un fond ou d'une interface de fluides différents, caractérisée par l'existence de forts gradients de vitesse.

Expérimentalement, ces diverses notions se concrétisent de la façon suivante en ce qui concerne les phénomènes marginaux :

a. La « couche limite » laminaire est caractérisée par une coloration intense, stable, individualisant nettement les filets fluides intéressés, en présence de sources colorantes déposées sur le fond du canal.

b. La « couche limite » turbulente est caractérisée par le fait que les filets fluides, colorés de façon intense par la présence du permanganate, s'enchevêtrent avec ceux du fluide non coloré, et prennent des formes tourbillonnantes, entraînant une dilution de la coloration. Cette dilution peut être très lente, et ne se produire que par à-coups. Rappelons à ce sujet que divers auteurs [11, 25, 37] ont employé, pour caractériser la turbulence dans certains mouvements de fluide, l'image de « gradients de vitesse effilochés », qui donne une idée précise de la façon dont évoluent les zones tourbillonnaires et turbulentes, et de la génération brutale de source turbulente par suite d'une instabilité locale de l'écoulement.

c. Certaines observations ne permettent de classer la couche limite, ni comme laminaire, ni comme turbulente, par suite de la présence de filets colorés stables (caractéristique laminaire) juxtaposés avec des bouffées d'émission de turbulence. Nous désignerons ce phénomène sous le nom de couche limite de transition ou de couche limite partiellement turbulente.

Précisons que la présence d'une couche limite turbulente est accompagnée généralement d'émissions de turbulence dans le fluide sain et vient renforcer la part de turbulence diffuse qui existait dans celui-ci.

II. MOUVEMENTS DANS LE FLUIDE SAIN

Ainsi que nous l'avons exposé ci-dessus, le mouvement du fluide sain a été étudié par observation des traînées laissées dans le fluide par les grains de matières colorantes, au cours de leur chute. Ces traînées sont animées d'un mouvement d'ensemble résultant du mouvement orbital classique des houles établies. La vérification de la concordance de ce mouvement avec celui des calculs classiques a été effectuée par de nombreux auteurs et n'est plus susceptible d'être mise en question. L'explication théorique du phénomène peut être considérée comme parfaite.

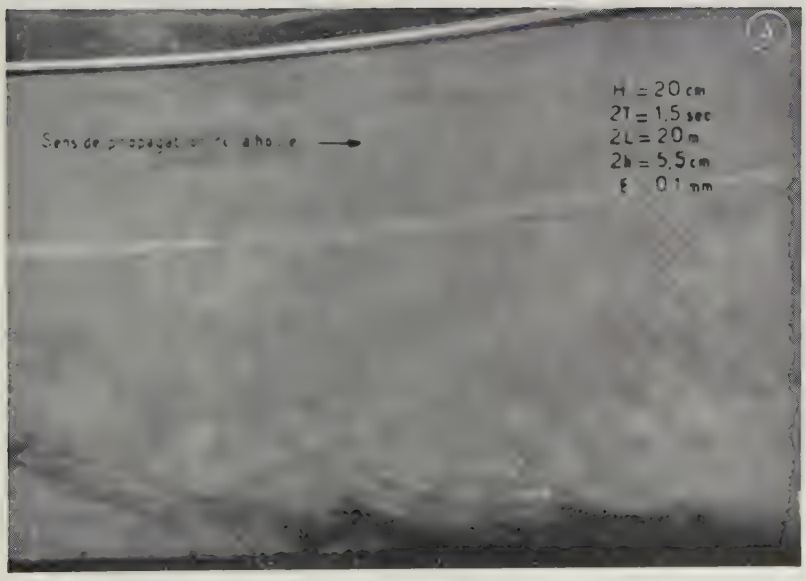
Après quelques périodes, la traînée de teinture se déforme, ce qui traduit l'existence d'un courant moyen d'entraînement dans la masse du fluide. Dans la partie supérieure on observe, en général [1], un courant moyen d'entraîne-

[1] Précisons que pour des mouvements très turbulents (en particulier, rugosité importante du fond), ces courants moyens deviennent très faibles et sont souvent masqués par des mouve-

Sens de la propagation de la houle : ⟶

H = 20 cm	2L = 2,0 m	ε = 0,1 mm
2T = 1,5 sec	2*h* = 5,5 cm	

Photo 1. — Visualisation du courant d'entraînement moyen dans la couche limite et dans le fluide sain.



Photos 2 et 3. — Agrandissements de la photo n° 1, permettant de distinguer les décollements de la couche limite.

ment dans le sens de propagation de la houle et, dans la partie centrale, un courant d'entraînement dans le sens contraire à celui de la houle, appelé courant de compensation. L'existence de ces courants, liée au fait que le mouvement de la houle est rotationnel, est classique et a été signalée par de nombreux auteurs [5, 6, 21]. Mais, en général, on observe également, près du fond, un courant moyen d'entraînement dirigé dans le sens de la propagation de la houle, qui, entre autres, a été signalé par BERTRAND DE CALIGNI (*cf.* BOUASSE [5]) et LONGET HIGGINS [18] (voir *photographie 1* et *figure 1*).

Ainsi que nous le verrons par la suite, l'existence de ce courant d'entraînement peut être prise en compte dans le mouvement du fluide sain, en écrivant que le mouvement dépend d'un rotationnel maximum sur le fond et décroissant au fur et à mesure que l'on s'éloigne du fond. L'origine de ce mouvement devrait être recherchée dans l'influence exercée sur le fluide sain par les phénomènes directement liés à l'existence de la couche limite. En effet, on a vérifié l'existence de ce courant moyen d'entraînement près du fond dans tous les cas où le mouvement restait essentiellement laminaire au contact du fond.

Lorsque au contraire la turbulence de la couche limite est telle (fond très rugueux) que sa présence se traduit par une turbulence caractérisée de la couche limite, celle-ci ne se distingue plus par une vitesse d'entraînement moyen caractéristique. Les phénomènes d'entraînement moyen correspondent aux courants de masse classiques dépendant essentiellement du rotationnel de surface et des conditions aux limites du mouvement. En particulier, le mouvement moyen, près du fond, peut être, dans ce cas, dirigé dans le sens contraire du sens de propagation du mouvement.

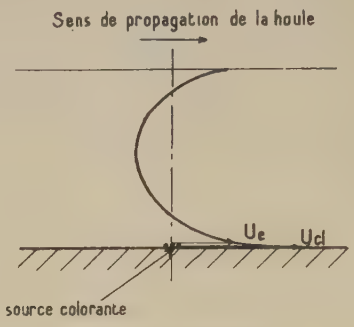
Nous avons également mesuré les vitesses d'entraînement moyen dans le sens de propagation de la houle à la frontière de cette couche limite dans ce que nous appelons le fluide sain. Nous noterons cette vitesse u_s (vitesse moyenne dans le temps, d'entraînement du fluide sain à la frontière de la couche limite).

III. DESCRIPTION DE LA COUCHE LIMITE LAMINAIRE

1° Observations.

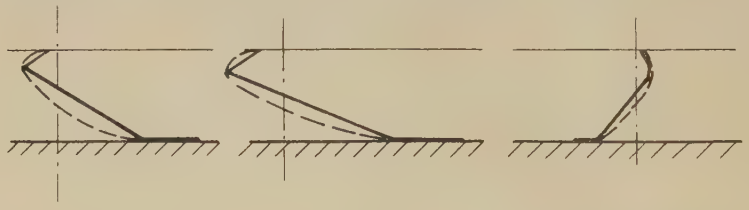
Ainsi que nous l'avons expliqué ci-dessus, nous avons observé la couche limite engendrée par les houles de laboratoire par méthode colorimétrique (source de colorant sur le fond). A partir de la source colorante, on observe, dans le cas d'une couche limite laminaire, l'existence, près du fond, d'une

ments parasites secondaires (mouvement de masse). Ce phénomène est, en lui-même, très remarquable. Les courants moyens dans le fluide sain étant essentiellement liés au rotationnel du mouvement, il semblerait que les mouvements à forte turbulence n'entraînent pas une augmentation du rotationnel du mouvement général et que, à l'opposé, les mouvements non turbulents ou partiellement turbulents, dans lesquels les frottements du type laminaire sont importants entraînent l'existence de rotationnels de valeurs élevées dans le mouvement.



SCHEMA THEORIQUE

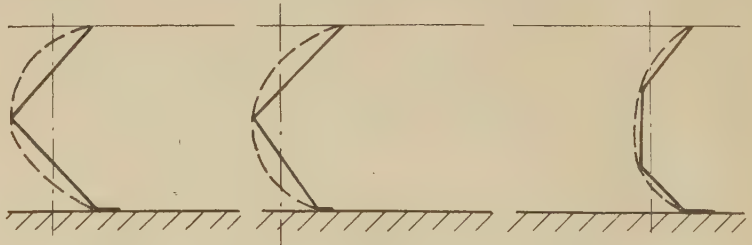
$H = 20cm$ $2T = 4,2\ sec$ $2L = 6m$ $2h = 6cm$ $i = 11°2$



$\varepsilon = 0,0mm$ $\varepsilon = 0,2\ mm$ $\varepsilon = 2\ à\ 5\ mm$

Cas typique de courant inverse qui n'a été observé qu'au-dessus des très fortes rugosités.

$H = 40cm$ $2T = 1,22sec$ $2L = 2m$ $2h = 4cm$ $i = 1°$



$\varepsilon = 0,0mm$ $\varepsilon = 0,2\ mm$ $\varepsilon = 2\ à\ 5\ mm$

Très forte rugosité : courants de masse relativement plus faibles.

QUELQUES DISTRIBUTIONS DE VITESSES OBSERVEES AU DESSUS DE DIVERSES RUGOSITES

REPARTITION DES COURANTS DE MASSE

fig. 1

couche de fluide intensément colorée, de faible épaisseur ($\leq$ 1 mm). Cette couche fluide est animée, en plus d'un mouvement oscillatoire périodique, d'une vitesse de translation moyenne dans le temps non négligeable, dirigée dans le sens de propagation de la houle. Les particules du fluide situées à la frontière de cette couche sont elles-mêmes animées d'un mouvement d'entraînement moyen dans le sens de propagation de la houle.

Le domaine propre de la couche de fluide très colorée est nettement différentiable du fluide situé hors de cette couche car les vitesses de propagation sont très différentes. Nous avons mesuré dans toutes nos expériences la vitesse moyenne maximum de cette couche de fluide correspondant à la vitesse de propagation du fond coloré u_{cl}, ainsi que la vitesse d'entraînement dans le fluide sain à la frontière de cette couche plus intensément colorée u_e.

Dans tout ce qui suit, nous considérons cette couche colorée comme une visualisation suffisamment correcte de la couche limite et nous noterons la vitesse du front coloré u_{cl} (vitesse moyenne dans la couche limite). Cette couche limite a une épaisseur variable périodiquement : on a l'impression que la couche colorée « respire » à la même fréquence que celle du mouvement du fluide sain.

Cette couche de fluide, que nous admettons correspondre de façon suffisamment approchée à la couche limite, est mise nettement en évidence par la méthode colorimétrique par suite de la vitesse propre du front coloré.

Il importe de noter que les phénomènes ci-dessus exposés, correspondant à une couche limite parfaitement laminaire, ne s'observent avec une totale netteté que pour des conditions expérimentales bien définies.

2° **Résultats empiriques.**

Tant que l'existence du mouvement ne donnait pas lieu à émissions de turbulence caractérisées dans le fluide sain, c'est-à-dire tant que les vitesses sur le fond n'étaient pas trop grandes, ni la rugosité du fond trop importante, nous avons trouvé que la formule empirique suivante traduisait correctement la relation existant entre u_e et u_{cl}.

$$1{,}6\, u_e = u_{cl}$$

Dans les mêmes conditions d'expérience, nous avons trouvé expérimentalement que la vitesse moyenne dans la couche limite était fonction de la vitesse théorique maximum du fluide près du fond. En notant cette vitesse u_f et en exprimant celle-ci en cm/s, nous avons :

$$u_{cl} = \frac{1}{160} (2u_f)^{1{,}60}.$$

IV. DÉCOLLEMENT DE LA COUCHE LIMITE LAMINAIRE

La couche limite laminaire, observée dans le cas des mouvements progressifs périodiques, donne lieu à des phénomènes de décollement caractéristiques. En effet, nous savons que les décollements sont liés à un gradient de pression

négatif, c'est-à-dire à l'existence d'un ralentissement de la vitesse près de la paroi dans le sens de propagation de cette vitesse. La forme oscillatoire de la vitesse près du fond entraîne une décélération, deux fois par période.

On doit donc s'attendre à observer un décollement de la couche limite à la fin du mouvement aller et du mouvement retour du mouvement oscillatoire. En fait, les décollements à la fin du mouvement aller sont extrêmement rares, ou sont masqués par d'autres phénomènes. Toutefois, le décollement dans cette zone peut être observé, dans quelques cas particuliers, ainsi que nous le préciserons plus loin (formation des rides de sable et mouvement de vase).

Au contraire, le décollement de la couche limite à la fin du trajet retour de l'oscillation est particulièrement important et très aisément matérialisable par colorimétrie. Il donne lieu, en présence de sources de colorant disposées sur le fond, à l'émission de cornes qui restent relativement stables dans la suite du mouvement [1] (voir *figure 2*).

La différence entre les phénomènes observés lors du mouvement aller et ceux observés lors du mouvement retour, s'explique parfaitement si l'on prend en compte la structure propre des mouvements périodiques progressifs.

L'existence du mouvement orbital se traduit, en effet, par l'existence d'une vitesse verticale faible, dirigée vers le bas à la fin du mouvement aller, et dirigée vers le haut à la fin du mouvement retour. Bien que cette vitesse verticale tende vers 0, lorsque l'on se rapproche du fond, son gradient $\frac{\partial v}{\partial y}$ est important, et, par suite de l'équation d'incompressibilité, le gradient de vitesse horizontale $\frac{\partial u}{\partial x}$ l'est également. L'existence de ce gradient de vitesse a le même effet qu'une injection ou une aspiration de la couche limite. A la fin du mouvement aller, les conditions dans le fluide sain correspondent à un phénomène d'aspiration de la couche limite — facteur de stabilité de celle-ci — alors

[1] Sur la *figure 2* ont été schématisés trois aspects caractéristiques du phénomène de décollement de la couche limite laminaire.

Le *croquis 1* correspond au décollement d'un film coloré représentant la partie de la couche limite au contact d'un fond hydrauliquement lisse. Il s'agit là d'un décollement dans le sens étroit du terme. c'est-à-dire d'un soulèvement du film coloré. Il est visible, soit :

— dans le cas d'une couche limite entièrement laminaire (le film coloré représentant alors la totalité de la partie inférieure de la couche limite);

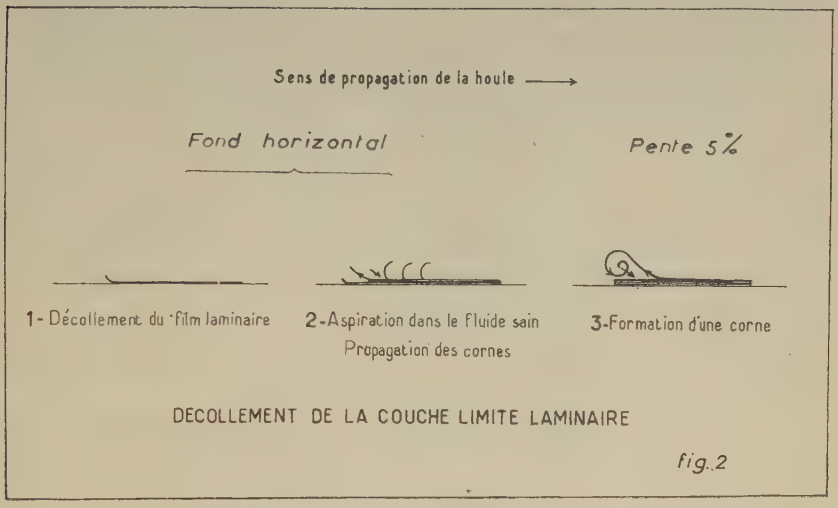
— dans le cas d'une couche limite partiellement (ou totalement) turbulente dont le film coloré représente une partie ou la totalité du sous-film laminaire.

Le *croquis 2* schématise l'aspect le plus classique du décollement, qui donne naissance, à chaque période du mouvement, à une corne — émission d'une bouffée à fort gradient de vitesse — qui se déplace par la suite avec la zone marginale de fluide coloré, en donnant à celle-ci un profil en dents de scie. Très souvent, l'existence d'une corne s'accompagne d'un sous-film laminaire (plus intensément coloré), dont le décollement correspond au *croquis 1*.

Le *croquis 3* schématise l'aspect du décollement pour un fond de pente non négligeable (5 %). Le phénomène d'injection sous la cosche limite est suffisamment violent pour enrouler la corne émise lors du décollement, sous forme de tourbillons sinistrorsum. Cette bouffée tourbillonnaire progresse également avec la couche limite, mais, évoluant sous l'effet des phénomènes de succion et injection successifs, s'absorbe progressivement dans la couche limite,

qu'à la fin du mouvement retour, les conditions correspondent à une insufflation dans la couche limite, facteur d'instabilité favorisant le décollement de celle-ci (*photos 2 et 3*) [1].

Précisons que les cornes se forment non seulement à partir de la source de colorant, mais également, dans certains cas, à partir du nuage coloré lui-même. Dans ce cas-là, le décollement est mis particulièrement en évidence par le fait qu'il se glisse, sous la partie du fluide empruntée à la couche limite colorée, pour former la corne de décollement, une partie non colorée de fluide qui reste stable dans la propagation du front coloré de la couche limite.



V. COUCHE LIMITE TURBULENTE

L'existence d'une couche limite *entièrement turbulente* est caractérisée par l'émission de nuages colorés d'une coloration relativement moins intense que dans le cas de la couche limite laminaire, mais intéressant une part beaucoup plus importante du fluide près du fond.

Bien que l'émission de turbulence soit particulièrement intense par à-coups, on a l'impression d'une constance dans l'émission de turbulence. Cette turbulence, par ailleurs, diffuse rapidement hors de la zone primaire de formation

[1] Ainsi que nous l'avons indiqué dans la note [1] de la page 8, l'émission de bouffées turbulentes, lors du décollement sur des fonds inclinés, de pente non négligeables, met en évidence l'influence de ces phénomènes de succion et d'injection successives, qui se produisent dans la zone marginale et qui résultent, en l'absence de toute perméabilité du fond, de la double périodicité du mouvement dans le temps et dans l'espace. La propagation du mouvement au-dessus d'un fond perméable, se traduit par des phénomènes de succion et d'injection, de, ou dans la couche limite, à partir du fond perméable; ce phénomène constitue, d'ailleurs, un facteur d'instabilité de la couche limite.

du nuage, et intéresse, au bout d'un certain temps, une zone plus ou moins haute [1] de ce que l'on peut encore considérer comme le fluide sain.

Le cas d'une couche limite *entièrement turbulente* s'observe, soit pour des houles de fortes amplitudes, par rapport à la hauteur d'eau relative, c'est-à-dire pour lesquelles le nombre de REYNOLDS marginal R_2, ou plus exactement, ainsi que nous le verrons plus loin, le paramètre X_1^{δ} est relativement élevé ou dans le cas d'une rugosité relativement élevée (ε grand) [*photo 4*].

En général, l'existence d'une couche limite *entièrement turbulente* ne donne pas lieu à un mouvement moyen de celle-ci dans le sens de propagation de la houle.

En particulier, lorsqu'une zone à couche limite entièrement turbulente succède à une zone à couche limite laminaire (en pratique ce fait se produit lorsque la rugosité augmente brutalement de valeur), on observe, dans la zone délimitant les deux rugosités, l'arrêt du mouvement moyen de la couche limite laminaire. Corrélativement, pour assurer la continuité du mouvement, il se produit un mouvement ascensionnel dirigé du fond vers la surface, et assurant ainsi l'alimentation du courant de compensation. C'est pour tenir compte de ce phénomène que nous avons introduit, dans les études du mouvement de fluide sain (*chapitre I*), l'existence de gradients de vitesse localisés, dirigés du fond vers la surface (*photo 5*).

D'autre part, les matériaux entraînés dans le mouvement général de la couche limite près du fond de la région de faible rugosité, sont stoppés à la limite de la zone de forte rugosité.

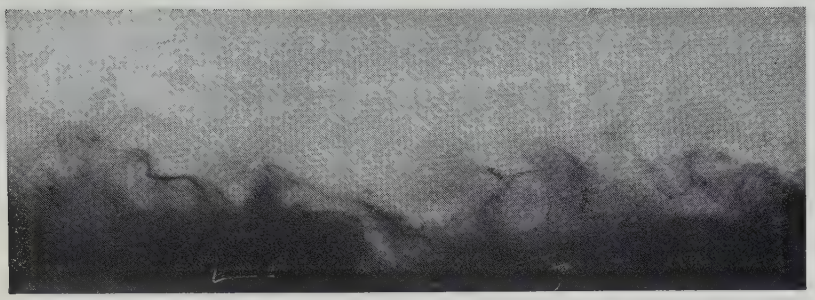
La discrimination entre couches limites laminaires et couches limites entièrement turbulentes ne suffit pas à rendre compte de l'ensemble des phénomènes observés près de la paroi. Il est indispensable d'introduire la notion de couche limite *partiellement turbulente*. Nous appellerons couche limite *partiellement turbulente*, une couche limite dans laquelle, bien que l'on puisse observer une zone fortement colorée, la vitesse moyenne étant dirigée dans le sens de propagation de la houle, on enregistre l'émission sporadique de bouffées turbulentes diffusant sur une faible hauteur du fluide sain, une coloration légère traduisant la diffusion d'une faible turbulence.

VI. MOUVEMENTS PARTIELLEMENT TURBULENTS ÉMISSION DE TURBULENCE

Nous avons décrit précédemment le comportement des mouvements laminaires et des mouvements à couche limite entièrement turbulente émettant dans le fluide sain une turbulence importante que l'on peut considérer comme relativement homogène dans la masse du fluide, au bout d'un certain temps après l'établissement du mouvement (de l'ordre de quelques dizaines

[1] Dans certains cas, la turbulence est suffisamment importante pour que le nuage coloré s'étende sur toute la hauteur de la nappe d'eau.

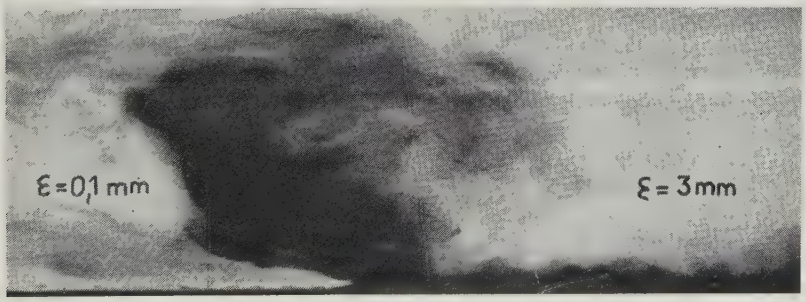
Sens de propagation de la houle : ⟶



H = 20 cm	2L = 0,9 m	ε = 3 mm
2T = 0,8 sec	$2h$ = 5,5 cm	

Photo 4. — Couche limite turbulente

Sens de propagation de la houle : ⟶



H = 20 cm	2L = 2,0 m
2T = 1,5 sec	$2h$ = 5,5 cm

Photo 5. — Courant d'entraînement moyen de la couche limite arrêté par une région de forte rugosité.

de périodes). Mais la majorité des observations effectuées ne permet pas de classer les mouvements dans l'un ou l'autre de ces types. On observe souvent, soit une turbulence partielle dans la couche limite ou à sa frontière, soit l'existence de bouffées de turbulence diffuse dans le fluide lui-même.

1° Caractéristiques des mouvements partiellement turbulents.

L'examen attentif du phénomène suggère les idées de probabilité d'émission de turbulence d'une part, et de bilan ou niveau de turbulence, d'autre part. L'existence d'un mouvement parfaitement laminaire ou partiellement turbulent dépend effectivement de phénomènes aléatoires propres à l'écoulement lui-même ou aux conditions locales de paroi.

Une couche limite, essentiellement laminaire dans son mouvement, peut, en effet, émettre par moment des bouffées de turbulence, soit lors du décollement de la couche limite ou, au contraire, lorsque l'épaisseur de celle-ci est extrêmement faible. On conçoit que si l'on admet l'idée que suggèrent les observations d'une couche limite de hauteur variable, la présence d'une rugosité même faible est capable d'engendrer des instabilités de la couche limite dans la zone où la valeur de δ est très faible. En fait, tous les accidents locaux de topographie (pente des fonds; irrégularités) et les instabilités locales de l'écoulement constituent des facteurs aléatoires propres à faciliter l'émission de bouffées turbulentes.

Mais, pour que ces instabilités locales influencent l'écoulement, il est nécessaire que la propagation de cette instabilité soit possible. Or, l'observation des mouvements progressifs cylindriques montre que très souvent la turbulence progresse assez lentement dans ces mouvements.

La caractéristique essentielle des ondes progressives réside dans la stabilité du mouvement orbital. Cette stabilité propre au mouvement du fluide sain a, en fait, une influence importante sur l'efficacité de ce que nous avons appelé ci-dessus la probabilité d'émission de bouffées turbulentes. C'est pourquoi il serait nécessaire, pour caractériser l'état local du fluide, de parler de niveau de turbulence ou de bilan local de turbulence [1].

2° Influence de la longueur d'onde.

Dans le domaine d'extrapolation de nos expériences, plus la longueur d'onde du mouvement sera importante, plus le mouvement sera, en général, stable; il sera donc nécessaire que la turbulence émise par la couche limite ou par les instabilités locales soit plus importante pour engendrer une turbulence caractérisée dans la masse du fluide. Au contraire, si la longueur d'onde est relativement faible (cas des houles de laboratoire), la propagation de la turbulence sera plus aisée et l'établissement de régimes turbulents plus facile à atteindre.

[1] L'absence de moyens permettant d'enregistrer la turbulence dans l'eau est, à ce point de vue, extrêmement regrettable. L'hydraulicien est obligé de se contenter de l'observation par colorimétrie pour se faire une idée très suggestive du niveau de turbulence.

D'après nos expériences, ainsi que nous l'exposerons dans le chapitre III, le paramètre sans dimensions X_3 et, en particulier, sa valeur à la frontière de la couche limite X_3^{δ} nous a permis de classer de façon satisfaisante les différentes houles étudiées, en ce qui concerne leur capacité d'absorption de turbulence, ou l'inverse, leur aptitude à la propagation d'une turbulence diffuse.

3° Influence de la profondeur d'eau relative.

De même, la profondeur d'eau relative $\frac{H}{2L}$ constitue un paramètre important de la stabilité des mouvements. Pour une même vitesse théorique du fluide sain, sur le fond, si le mouvement s'effectue par faible profondeur d'eau, le gradient de vitesse verticale $\frac{\partial v}{\partial y}$, est important, alors que pour un même mouvement près du fond, s'effectuant pour une profondeur d'eau plus élevée, le gradient de vitesse verticale est plus faible.

Il en résulte que, dans le second cas, les orbites étant très aplatis, la turbulence a peu de possibilité de diffuser et on observe, dans le cas d'émission de turbulence au voisinage du fond, une couche à forte turbulence, de hauteur relativement limitée.

Au contraire, si la hauteur d'eau est faible (cas des houles de laboratoire), l'existence d'un gradient de vitesse verticale important permet une diffusion plus aisée de la turbulence, et celle-ci peut, pour certaines conditions expérimentales, intéresser l'ensemble de la lame d'eau.

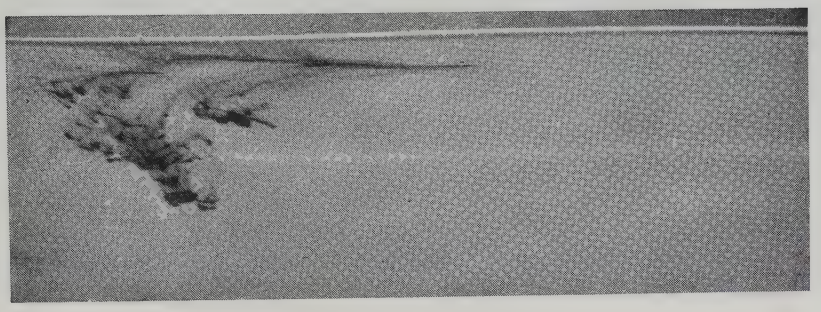
Pour une même valeur du paramètre X_1^{δ}, caractéristique d'après nos essais de la stabilité propre du mouvement, celui-ci pourra être, soit partiellement turbulent près du fond, soit laminaire; en effet, des instabilités de l'interface due à des causes aléatoires diverses se traduiront par une émission locale de bouffées turbulentes si le mouvement du fluide sain en cette zone est doué d'un pouvoir faible d'amortissement de la turbulence, tandis que cette même cause d'instabilité n'aura pas d'effet appréciable sur le mouvement du fluide sain, lorsque le pouvoir d'amortissement sera suffisamment élevé.

4° Influence de la rugosité.

La présence d'une rugosité locale favorise la création de turbulence quel que soit le type de l'écoulement. Toutefois, son influence dépend essentiellement de l'épaisseur de la couche limite et de la vitesse sur le fond, mais également, dans le cas des mouvements qui nous intéressent, des caractéristiques propres du mouvement du fluide sain.

Il y a lieu de tenir compte du fait que le mouvement orbital cylindrique caractéristique de cet écoulement favorise la génération de faibles tourbillons ou vortex lors de la présence d'irrégularités; l'axe du vortex est, dans ces conditions, perpendiculaire au plan de propagation du mouvement et l'on peut observer la propagation de ces tourbillons dans le fluide pendant un certain

Sens de propagation de la houle : ⟶



H = 20 cm
2T = 1,5 sec

2L = 2,0 m
2h = 5,5 cm

Photo 6

Sens de propagation de la houle : ⟶

H = 20 cm
2T = 1,5 sec

2L = 2,0 m
2h = 5,5 cm

Photo 7. — Couches limite de surface.

temps [1]. Ces tourbillons (aspect particulier de la turbulence) peuvent se résoudre rapidement et se traduire par une coloration diffuse de la masse liquide ou survivre plus longtemps en augmentant de dimensions ou en donnant lieu à des traînées, enroulées en spirales se propageant dans la masse du fluide. La génération et l'évolution de ces tourbillons dépendent étroitement des caractéristiques du mouvement et de la forme des orbites dans le voisinage immédiat du fond, c'est-à-dire de l'importance du gradient de vitesse verticale.

5° Couche limite de transition.

Signalons enfin que, par suite de l'existence d'une vitesse moyenne d'entraînement dans la couche limite, la couche limite peut elle-même s'individualiser et se comporter, pendant un certain nombre de périodes du mouvement, comme un écoulement partiellement indépendant. On observe alors un phénomène tout à fait comparable au schéma classique de l'évolution des couches limites dans le cas des plaques planes, à savoir, la progression d'une couche laminaire stable éclatant en une couche laminaire turbulente (coloration plus diffuse).

A partir de ce moment l'influence du fluide sain se marque à nouveau et donne naissance à une nouvelle couche limite, près de la paroi, tandis que les molécules issues de la couche limite turbulente diffusent l'énergie turbulente dont elles sont douées, dans le fluide sain.

VII. COUCHE LIMITE DE SURFACE

Dans certains cas intéressants, l'introduction de quelques grains de permanganate mélangés à une solution saturée (ce qui évitait la chute des grains sur le fond) a permis d'observer en surface des phénomènes à peu près analogues à ceux observés près de la paroi : vitesse d'entraînement plus importante que celle du fluide sain; trajectoires en forme de cornes (voir *photos 6* et *7*).

On observe, en effet, une traînée de quelques dixièmes de millimètre fortement colorée au-dessous de l'interface air-eau. La vitesse de cette traînée est légèrement inférieure à la vitesse observée dans la zone marginale près du fond, mais supérieure à la vitesse dans le fluide sain à la frontière de la zone marginale de surface.

[1] Townsend fait remarquer dans son ouvrage [38] qu'en général, les tourbillons générateurs de turbulence que l'on observe dans les écoulements plans, ont leur axe dirigé parallèlement au sens de l'écoulement et que l'existence de tourbillons à axe perpendiculaire au plan du mouvement général dont l'existence serait *a priori* satisfaisante à l'esprit ne s'observe pas dans les écoulements parallèles. Leur existence dans les mouvements progressifs périodiques doit donc être considérée comme une caractéristique essentielle de ces écoulements. Elle détermine en partie la forme de la turbulence diffuse, et ainsi que nous le verrons au chapitre IV, elle joue un rôle important dans la formation des rides de sable sous l'action de ces mouvements.

A chaque retour du mouvement oscillatoire on observe un phénomène de décollement analogue à celui signalé dans l'étude de la couche limite laminaire sur le fond. Cependant, les trajectoires des particules colorées prennent la forme de cornes à courbure opposée à celle des décollements observés sur le fond. Leur hauteur peut varier de 0,3 à 0,5 cm, se déplaçant horizontalement dans le sens opposé à la propagation de la houle avec une vitesse de l'ordre de quelques millimètres par seconde et restant chacune distante de quelques millimètres les unes des autres suivant les caractéristiques de la houle.

Cette turbulence partielle est diffusée dans une zone plus turbulente du fluide sain qui atteint quelques centimètres d'épaisseur et dans laquelle les cornes s'élargissent puis se tordent, reprenant alors une courbure de même sens que celle des cornes sur le fond.

Au-dessous de cette zone turbulente, les particules colorées constituant les cornes sont prises dans le fluide sain et on observe leur translation oblique jusqu'à 7 à 10 cm suivant une trajectoire dépendant des caractéristiques de la houle, et, en général, dirigée dans le sens de propagation de la houle. Après quelques minutes celles-ci s'effacent entièrement dans le fluide sain. Cependant, pour certaines houles et, par exemple, pour une houle de 2 m de longueur d'onde et 4 cm d'amplitude, avec une hauteur d'eau de 30 cm, la trajectoire des particules colorées en surface était dirigée dans le sens opposé à celui de la houle, jusqu'à dilution complète du nuage. Elle s'étendait sur une longueur de 1,30 m et une hauteur de 7 cm comptée à partir de la surface libre.

Nous ne nous étendrons pas sur ces phénomènes de zone marginale de surface qui sortent quelque peu du cadre de cette étude. Nous avons simplement voulu montrer que la turbulence diffuse qui peut intéresser l'ensemble du fluide sain peut avoir des origines diverses.

CHAPITRE I

HOULE PROGRESSIVE CYLINDRIQUE

I. DÉFINITION. — MODE DE CALCUL

a. Nous rappellerons, tout d'abord, quelques définitions usuelles indispensables pour la bonne compréhension du texte, et nous esquisserons rapidement les méthodes de calcul habituellement employées dans les études d'ondes progressives.

Nous appellerons *eaux profondes* les régions de propagation de la houle dont la profondeur est supérieure à la moitié de la longueur d'ondes de la houle : $H > L$.

Nous appellerons *eaux peu profondes* les régions où la profondeur d'eau est inférieure à la longueur d'ondes divisée par 2π.

$$H < \frac{L}{\pi}.$$

Le domaine compris entre l'eau profonde et l'eau peu profonde sera appelé « eau assez profonde ». Nous rappelons que, lors de la propagation de la houle, l'amplitude des lames est peu variable dans le domaine de l'eau profonde si l'on ne tient pas compte des dissipations d'énergie; elle décroît dans le domaine de l'eau assez profonde, et croît à nouveau dans le domaine de l'eau peu profonde jusqu'au déferlement des lames.

b. **Variables d'EULER.**

En prenant pour axe de coordonnées Ox et Oy dans le plan vertical normal aux génératrices des ondulations, le niveau horizontal de l'eau au repos, et la verticale descendante, les composantes de la vitesse s'écrivent :

$$(1,1) \qquad \frac{dx}{dt} = u(x, y, t) \qquad \frac{dy}{dt} = v(x, y, t)$$

x et y étant les coordonnées actuelles des particules, t le temps. L'équation de continuité traduisant l'incompressibilité du fluide $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ permet d'introduire une fonction de courant $\psi(x, y, t)$ telle que :

$$(1,2) \qquad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

le rotationnel vaut alors :

$$\zeta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{1}{2}\Delta\psi. \tag{1, 3}$$

Si le rotationnel est nul, il existe une fonction conjuguée de ψ, potentiel des vitesses.

c. Variables de LAGRANGE.

En utilisant les variables de LAGRANGE, les équations fondamentales du mouvement permettent de calculer les coordonnées x et y des particules et la pression p en fonction de t et des coordonnées de repos x_0 et y_0.

Les équations ne sont pas linéaires et il est nécessaire de développer l'expression de x, y et p en fonction de h. Les équations fondamentales de l'hydrodynamique s'écrivent :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_0} + \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\cdot\frac{\partial x}{\partial x_0} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - g\right)\cdot\frac{\partial y}{\partial x_0} = 0, \\ &\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y_0} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\cdot\frac{\partial y}{\partial y_0} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - g\right)\frac{\partial y}{\partial y_0} = 0 \end{aligned} \tag{1, 4}$$

et l'équation de continuité pour un fluide incompressible s'écrit :

$$\frac{\partial x}{\partial x_0}\cdot\frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial x}{\partial y_0}\cdot\frac{\partial y}{\partial x_0} = \frac{\partial(x, y)}{\partial(x_0, y_0)} = 1. \tag{1, 5}$$

L'utilisation des variables de LAGRANGE permet de traiter, d'une façon plus aisée, tous les mouvements rotationnels, alors que l'utilisation des variables d'EULER n'est vraiment commode que pour des houles irrotationnelles.

Or, les houles en nature et les houles d'expérience de laboratoire sont, en général, rotationnelles, étant donné leur mode de génération et d'extinction. D'ailleurs, nous verrons plus loin que les courants d'entraînement, se retrouvant dans les houles expérimentales, exigent l'existence d'un rotationnel. Celui-ci s'écrit en variables de LAGRANGE :

$$\begin{aligned} 2\zeta = &\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t\,\partial x_0}\cdot\frac{\partial x}{\partial y_0} - \frac{\partial^2 x}{\partial t\,\partial y_0}\cdot\frac{\partial x}{\partial x_0}\right) + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t\,\partial y_0}\cdot\frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial^2 y}{\partial t\,\partial y_0}\cdot\frac{\partial y}{\partial x_0}\right) \\ &= \frac{\partial(x_t, x)}{\partial(x_0, y_0)} - \frac{\partial(y_t, y)}{\partial(x_0, y_0)} \qquad \text{où} \quad x_t = \frac{dx}{dt} \quad \text{et} \quad y_t = \frac{dy}{dt}. \end{aligned} \tag{1, 6}$$

Nous rappelons que, selon un théorème fondamental de la théorie des tourbillons dans le cas des mouvements cylindriques, le rotationnel est un élément cinématique indestructible pour un fluide parfait; il est attaché à une particule déterminée, identifiée par ses coordonnées x_0 et y_0, et reste constant au cours du mouvement lors du déplacement de la particule (*cf.* [21], page 19).

II. RAPPEL DES DIVERSES THÉORIES MATHÉMATIQUES TRAITANT DE LA HOULE PROGRESSIVE CYLINDRIQUE [6-21]

a. Houle trochoïdale GERSTNER et RANKINE.

Les formules classiques de la houle trochoïdale en profondeur infinie ont été données par GERSTNER et RANKINE. Les trajectoires sont des cercles. Il n'y a pas de déplacement moyen des particules (voir *figure 1,1*, p. 18).

On a, R étant le rayon de l'orbite à une profondeur y :

$$(1,7) \qquad R = h\, e^{\frac{-\pi y}{L}} = h\, e^{-\alpha y}.$$

La houle de GERSTNER est rotationnelle et n'admet pas de potentiel de vitesses. La vitesse de propagation de l'onde, constante dans la masse, est indépendante de l'amplitude et croît avec la longueur d'ondes. L'énergie potentielle est égale à l'énergie cinétique; l'énergie totale est égale à :

$$E_t = E_p + E_c = \rho g L h^2 \left(1 - \frac{\pi^2 h^2}{2L^2}\right).$$

b. Houle irrotationnelle en profondeur illimitée.

Ce type de houle a été étudié, en particulier, par STOKES et LEVI-CIVITA. Dans ce cas, les vitesses dépendent d'un potentiel et les formules peuvent être facilement établies en coordonnées d'EULER.

Les vitesses à chaque point sont encore périodiques mais les vitesses en un point fixe du fluide ne sont pas les vitesses des particules mobiles. Les trajectoires, sensiblement circulaires, se déplacent avec le temps dans le sens de la propagation avec une vitesse diminuant rapidement avec la profondeur. La vitesse de propagation des ondes, constante dans toute la masse, croît avec la longueur d'ondes et un peu avec l'amplitude.

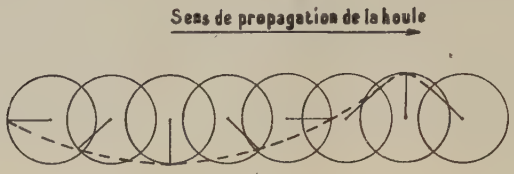
c. Houle irrotationnelle en profondeur constante.

C'est l'extension réalisée par STRUICK de la houle irrotationnelle de STOKES; les trajectoires sensiblement elliptiques sont réduites à un mouvement de va-et-vient sur le fond, et se déplacent avec le temps dans le sens de la propagation en surface, en sens inverse près du fond.

La forme limite de la houle de STOKES correspond à une surface libre présentant un point de rebroussement dont les tangentes font entre elles un angle de 120° (*figure 1,2*, p. 18).

d. Houle rotationnelle en profondeur constante ou illimitée.

Divers auteurs ont traité de ce cas particulier que nous reprendrons ici en suivant le développement théorique donné par M. MICHE [cf. 21].



HOULE ROTATIONNELLE : GERSTNER ET RANKINE

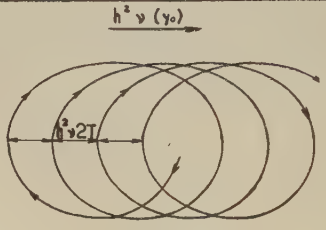
(fig. 1,1)

Forme limite : houle de Stokes

(fig. 1,2 a)

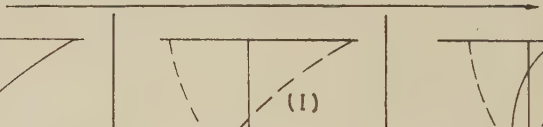
Forme limite : houle trochoïdale

(fig. 1,2 b)



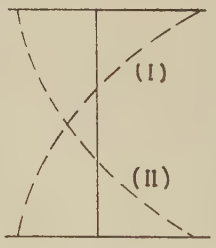
Trajectoires des particules d'une houle à courant d'entrainement dans le sens de la propagation

(fig. 1,3)



Vitesse d'entrainement due à un rotationnel de surface

(fig. 1,4 a)



I - Vitesse due au rotationnel de surface
II - Vitesse due au rotationnel de fond

(fig. 1,4 b)

Répartition des vitesses : courbe composée

(fig. 1,4 c)

Le développement des équations fondamentales du mouvement (1,4 et 1,5) nous amène à introduire, pour obtenir des solutions de premier ordre, une fonction résolvante G (x_0, y_0, t) telle que :

$$\Delta \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} = 0 \qquad (1, 8)$$

ce qui permet d'écrire par intégration, en introduisant une fonction k (x_0, y_0) jouant le rôle de constante d'intégration :

$$\begin{aligned} x &= x_0 + h\left(\frac{\partial G(x_0, y_0, t)}{\partial x_0} + \frac{\partial k_1(x_0, y_0)}{\partial y_0} t\right) \\ y &= y_0 + h\left(\frac{\partial G(x_0, y_0, t)}{\partial y_0} - \frac{\partial k_1(x_0, y_0)}{\partial x_0} t\right) \\ \frac{p}{\rho g} &= y_0 + h\left(\frac{\partial G(x_0, y_0, t)}{\partial y_0} - \frac{\partial k_1(x_0, y_0)}{\partial x_0}\right) - h\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} + h f_1(t). \end{aligned} \qquad (1, 9)$$

Les termes dépendant de k, et linéaires en t, représentent des courants indépendants du temps et de la houle proprement dits. Nous pouvons donc, dans la détermination des termes du premier ordre, annuler les termes provenant de la fonction k_1. G joue alors le rôle d'un potentiel des déplacements et nous avons :

$$\begin{aligned} x &= x_0 + h\frac{\partial G}{\partial x_0} \\ y &= y_0 + h\frac{\partial G}{\partial y_0} \\ \frac{p}{\rho g} &= y_0 + h\frac{\partial G}{\partial y_0} - \frac{h}{g}\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} + \frac{h}{g} f_1(t). \end{aligned} \qquad (1, 10)$$

Solution du deuxième ordre.

Le même raisonnement que précédemment nous amène à introduire un potentiel des déplacements :

$$F = \frac{1}{4}\left(\left(\frac{\partial G}{\partial x_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial y_0}\right)^2\right) + G_2$$

G_2 étant une fonction harmonique de x_0 et y_0, et, de plus, périodique par rapport au temps qui permet d'exprimer x, y, p, en fonction de G, F et k_2 (x_0, y_0) étant une fonction jouant le rôle de constante d'intégration pour le second ordre.

$$\begin{aligned} x &= x_0 + h\frac{\partial G}{\partial x_0} + h^2\left(\frac{\partial F}{\partial x_0} + \frac{\partial k_2}{\partial y_0} t\right) \\ y &= y_0 + h\frac{\partial G}{\partial y_0} + h^2\left(\frac{\partial F}{\partial y_0} - \frac{\partial k_2}{\partial x_0} t\right) \\ \frac{p}{\rho g} &= y_0 + h\frac{\partial G}{\partial y_0} + h^2\left(\frac{\partial F}{\partial y_0} - \frac{\partial k_2}{\partial x_0} t\right) - \frac{h}{g}\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} + \frac{h}{g} f_1(t) \\ &- \frac{h^2}{g}\left\{\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial^2 G}{\partial t\, \partial x_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 G}{\partial t\, \partial y_0}\right)^2\right) - \left(\frac{\pi}{T}\right)^2\left(\left(\frac{\partial G}{\partial x_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial y_0}\right)^2\right) - f_2(t)\right\}. \end{aligned} \qquad (1, 11)$$

Les termes du premier ordre en t de la fonction k_2 (t) conduisent à des courants permanents dans le temps (*figure 1,3*) mais, ainsi que nous le verrons plus loin, dépendant directement du rotationnel de l'écoulement; dans ce cas $\frac{\partial k_2}{\partial x_0}$ et $\frac{\partial k_2}{\partial y_2}$ ont une signification physique précise : $\frac{\partial k_2}{\partial x_0}$ traduit la présence de courants ascendants ou descendants et $\frac{\partial k_2}{\partial y_0}$ traduit la présence d'une vitesse d'entraînement horizontale des particules, variable avec la profondeur, et du deuxième ordre en h.

Nous admettrons, en général, que $\frac{\partial k_2}{\partial x_0} = 0$ (courants ascendants nuls) car ces courants sont, en général, négligeables. Par contre, ainsi que l'ont mis en évidence nos expériences, dans les zones frontières de changement de rugosité, on observe, souvent, des courants ascendants importants traduisant le changement de régime limite près du fond. Bien que ces courants s'annulent en surface, ils ne sont pas négligeables et la théorie de l'évolution de la houle et de son amortissement dans de telles zones pourrait être établie en admettant que $\frac{\partial k_2}{\partial x_0}$ est une fonction de y_0 de la forme :

$$\frac{\alpha}{L} \sin \frac{\pi y_0}{2H}$$ (1).

On peut alors écrire :

$$k_2 = -\frac{\alpha}{L} x_0 \sin \frac{\pi y_0}{2H} + v_1 (y_0).$$

On a alors :

$$\left(\frac{\partial k_2}{\partial x_0}\right) ht = -\left(\frac{\alpha}{L} \sin \frac{\pi y_0}{2H}\right) t$$

(1, 12)

$$\left(\frac{\partial k_2}{\partial y_0}\right) t = -\left(\frac{\alpha \pi x_0}{2LH} \cos \frac{\pi y_0}{2H} + \frac{\partial v_1 (y_0)}{\partial y_0}\right) t$$

$\frac{\partial v_1 (y_0)}{\partial y_0}$ a la même signification que ci-dessous.

Il résulte de ce calcul que dans la zone à courant vertical ascendant, celui-ci s'annulant en surface, il correspond corrélativement un courant horizontal négatif, maximum en surface et nul au fond.

Dans l'hypothèse envisagée ci-dessus (couche limite stoppée par la présence d'un fond de forte rugosité) le courant de retour du fond annule le courant positif qui progresse avec la couche limite. Il en résulte également une diminution du courant positif de surface, ce qui est conforme à nos observations.

Dans le cas le plus fréquent, avec condition aux limites indépendante de x, $\frac{\partial k_2}{\partial x_0} = 0$, il s'ensuit que $\frac{\partial k_2}{\partial y_0} = v\ (y_0)$ fonction de la seule variable y_0.

(1) Une telle distribution admet que le courant est maximum près du fond, ce qui est effectivement le cas, sauf au voisinage immédiat de la paroi; en fait, on néglige ici les phénomènes marginaux et en particulier la condition de vitesse nulle à la paroi.

La présence de $\frac{\partial k_2}{\partial y_0}$ dans les équations (1,11) représente donc une vitesse horizontale d'entraînement des particules du deuxième ordre en h.

III. RÉSOLUTION DES HOULES PROGRESSIVES ROTATIONNELLES EN PROFONDEUR FINIE CONSTANTE

a. Premier ordre d'approximation.

L'expression classique du potentiel est :

$$\varphi = \frac{-bh}{a \operatorname{sh} a\mathrm{H}} \cdot \operatorname{ch} a(\mathrm{H} - y) \cdot \sin(bt - ax) \tag{1, 12}$$

d'où l'expression de la fonction résolvante :

$$\mathrm{G} = \frac{\operatorname{ch} a(\mathrm{H} - y_0)}{a \operatorname{sh} a\mathrm{H}} \cos(bt - ax_0). \tag{1, 14}$$

Rappelons que la constance de la pression en surface exige :

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}} = \sqrt{\frac{g\mathrm{L}}{\pi} \operatorname{th} \pi \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{L}}} = \sqrt{\frac{g}{a} \operatorname{th} a\mathrm{H}}. \tag{1, 15}$$

b. Deuxième ordre d'approximation [1].

La fonction F s'écrit :

$$\mathrm{F} = \frac{1}{8 \operatorname{sh}^2 a\mathrm{H}} [\operatorname{ch} 2a(\mathrm{H} - y_0) \cos 2(bt - ax_0)] + \frac{3}{16} \cdot \frac{\operatorname{ch} 2a(\mathrm{H} - y_0)}{\operatorname{sh}^4 a\mathrm{H}} \cos 2(bt - ax_0) \tag{1, 16}$$

et le terme $f_2(t)$ du deuxième ordre de la pression :

$$f_2(t) = \frac{ag}{4 \operatorname{sh}^4 a\mathrm{H} \cdot \operatorname{ch} a\mathrm{H}}. \tag{1, 17}$$

Les équations de la houle sous leur forme définitive s'écrivent alors en englobant les termes du premier et du deuxième ordre :

$$x = x_0 + \frac{h \operatorname{ch} a(\mathrm{H} - y_0) \cdot \sin(bt - ax_0)}{\operatorname{sh} a\mathrm{H}} - h^2 \frac{a \sin 2(bt - ax_0)}{4 \operatorname{sh}^2 a\mathrm{H}} \left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\operatorname{ch} 2a(\mathrm{H} - y_0)}{\operatorname{sh}^2 a\mathrm{H}}\right) + h^2 v(y_0)\, t$$

[1] Les formules générales au second ordre près des clapotis et battements ont été établis en particulier par MM. Miche [21] et Biesel [2].

$$(1,18)\qquad y = y_0 - \frac{h \operatorname{sh} a(H - y_0) \cdot \cos(bt - ax_0)}{\operatorname{sh} aH} - h^2 \frac{a \operatorname{sh} 2a(H - y_0)}{4 \operatorname{sh}^2 aH}\left(1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\cos 2(bt - ax_0)}{\operatorname{sh}^2 aH}\right)$$

$$\frac{p}{\rho g} = y_0 + \frac{h \operatorname{sh} ay_0 \cdot \cos(bt - ax_0)}{\operatorname{sh} aH \cdot \operatorname{ch} aH} - h^2 \frac{a \operatorname{sh} ay_0}{4 \operatorname{sh}^2 aH}\left[3 \cos 2(bt - ax_0)\left(\frac{\operatorname{ch} ay_0}{\operatorname{sh}^2 aH} - 2\frac{\operatorname{ch} a(H - y_0)}{\operatorname{ch} aH}\right) + 2 \cdot \frac{\operatorname{ch} a(H - y_0}{\operatorname{ch} aH}\right.$$

ou, en introduisant r et r', dimensions des axes des orbites :

$$(1,19)\qquad \begin{aligned} x &= x_0 + r \sin(bt - ax_0) \\ &\quad - \frac{a}{4}(r^2 - r'^2) \cdot \sin 2(bt - ax_0)\left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\operatorname{ch} 2a(H - y_0)}{\operatorname{sh}^2 aH}\right) \\ y &= y_0 - r' \cos(bt - ax_0) - \frac{arr'}{2}\left(1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\cos 2(bt - ax_0)}{\operatorname{sh}^2 aH}\right) \end{aligned}$$

Nous obtenons pour u et v :

— en coordonnées de LAGRANGE :

$$(1,20)\qquad \begin{aligned} u &= hb \frac{\operatorname{ch} a(H - y_0) \cos(bt - ax_0)}{\operatorname{sh} aH} \\ &\quad - \frac{h^2 ab \cos 2(bt - ax_0)}{2 \operatorname{sh}^2 aH}\left(1 - \frac{3}{2} \frac{\operatorname{ch} 2a(H - y_0)}{\operatorname{sh}^2 aH}\right) + h^2 v(y_0) \\ v &= hb \frac{\operatorname{sh} a(H - y_0) \sin(bt - ax_0)}{\operatorname{sh} aH} + \frac{h^2 ab \sin 2(bt - ax_0)}{\operatorname{sh}^2 aH} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\operatorname{sh} 2a(H - y_0)}{\operatorname{sh}^2 aH}. \end{aligned}$$

— en coordonnées d'EULER :

$$(1,21)\qquad \begin{aligned} u &= hb \frac{\operatorname{ch} a(H - y) \cdot \cos(bt - ax)}{\operatorname{sh} aH} \\ &\quad - \frac{h^2 ab}{2 \operatorname{sh}^2 aH} \cdot \operatorname{ch} 2a(H - y)\left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\cos 2(bt - ax)}{\operatorname{sh}^2 aH}\right) + h^2 v(y) \\ v &= hb \cdot \frac{\operatorname{sh} a(H - y) \cdot \sin(bt - ax)}{\operatorname{sh} aH} \\ &\quad + \frac{h^2 ab}{2 \operatorname{sh}^2 aH} \cdot \operatorname{sh} 2a(H - y) \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\sin 2(bt - ax_0)}{\operatorname{sh}^2 aH} \end{aligned}$$

$$\frac{p}{\rho g} = y + \frac{p'}{\rho g} = y + \frac{h \operatorname{ch} a(H - y)}{\operatorname{ch} aH} + \text{termes du second ordre en } h^2.$$

c. Rotationnel.

Le rotationnel vaut :

$$(1,22)\qquad 2\zeta = -h^2 \frac{\partial v}{\partial y_0} + \frac{a^2 b \operatorname{sh} 2a(H - y_0)}{\operatorname{sh}^2 aH} = -h^2 \frac{\partial v}{\partial_{y_0}} + 2a^2 brr'.$$

IV. ÉTUDE DU ROTATIONNEL

Le rotationnel ne dépend pas de x_0 mais dépend de y_0. Nous avons vu que $v\,(y_0)$ est arbitraire.

Si ce dernier est donné, on obtiendra le courant d'entraînement par une intégration, ce courant étant déterminé à un courant uniforme près, sans influence du point de vue dynamique de la houle.

1° Houle irrotationnelle.

L'application du théorème de LAGRANGE au fluide parfait exige une intensité tourbillonnaire nulle dans toute la masse (houle de STOKES, houle de STRUICK).

Nous obtenons alors, pour le courant permanent :

$$(1,23) \qquad h^2 v(y_0)\,t = \frac{h^2 ab}{2\,\mathrm{sh}^2\,aH}\left(\mathrm{ch}\,2a(H-y_0) - \frac{\mathrm{sh}^2\,aH}{2aH}\right)t$$

en déterminant la constante d'intégration telle que le transport moyen ou de masse au travers un plan vertical soit nul.

La houle irrotationnelle est donc obligatoirement accompagnée d'un courant horizontal d'entraînement des particules dirigé dans les parties superficielles, dans le sens de la propagation et en sens inverse dans les parties profondes (*figure 1,3*, p. 18).

Le courant d'entraînement d'une houle de STOKES pour les profondeurs illimitées s'écrit à la limite :

$$(1,24) \qquad h^2 v(y_0)\,t = h^2 abe^{-2ay_0}\,t \qquad \text{pour } H = \infty.$$

2° Houle rotationnelle normale.

Suivant l'appellation de M. MICHE [21], on peut appeler de ce nom une simple infinité de houles comprenant, comme cas particuliers les houles de STOKES et les houles à courant d'entraînement nul (houle de BOUSSINESQ).

Pour ces houles, le rotationnel s'écrit :

$$(1,25) \qquad \zeta(y_0) = \frac{h^2 a^2 b\mu}{2\,\mathrm{sh}^2\,aH} \cdot \mathrm{sh}\,2a(H-y_0)$$

μ étant un coefficient quelconque, La valeur du rotationnel décroît rapidement en valeur absolue au fur et à mesure qu'on s'approche du fond où il s'annule. C'est la répartition de la rotation des particules à laquelle on peut s'attendre par suite des efforts tangentiels de surface, et, en particulier, de l'action du vent.

Par intégration, on en déduit la valeur du courant d'entraînement en déter-

minant la constante d'intégration de façon que le transport moyen de masse soit nul :

$$(\mathbf{1}, 26) \qquad h^2 v = (\mu + 1)\frac{h^3 a^3 b}{2 \operatorname{sh}^2 a\mathrm{H}}\left(\operatorname{ch} 2a(\mathrm{H} + y_0) - \frac{\operatorname{sh} 2a\mathrm{H}}{2a\mathrm{H}}\right).$$

A. Si μ est positif, la rotation moyenne s'effectue dans le sens de celle des particules sur leur orbite. Le courant d'entraînement est conforme à la courbe 1 de la figure 1,4 *b*, son rotationnel de même sens que celle de la rotation des particules est un facteur de stabilité. On démontre [5] que dans ce cas, la forme limite de la houle présente un point de rebroussement dont les tangentes font un angle de 120° comme pour les houles de STOKES, mais dans lesquelles une partie de la masse liquide est extérieure aux tangentes.

B. Si μ est négatif, la rotation est de sens opposé à la propagation; la courbure de la houle limite près de la crête est négative. La masse du fluide se trouve à l'intérieur des tangentes au point de rebroussement.

Pour $\mu = 0$, on obtient la solution irrotationnelle de STOKES;

Pour $\mu = -1$, on retrouve la solution du type BOUSSINESQ; le rotationnel est négatif et le courant d'entraînement nul.

Pour $\mu > -1$, le courant d'entraînement, positif en surface, c'est-à-dire dans le même sens que la propagation, est négatif en profondeur. L'existence d'un tel phénomène est bien connue tant pour les houles de laboratoire que pour les houles en nature. L'existence d'un rotationnel positif est en accord avec les théories classiques de la génération de la houle par le vent [22, 23, 36].

Pour $\mu < -1$, le rotationnel et les courants d'entraînement en surface sont tous deux négatifs. Ce type de houle ne devrait guère se produire qu'en admettant l'action assez prolongée d'un vent soufflant en sens inverse de la propagation sur une houle déjà établie ou pour des conditions de fond particulières.

3° **Houle rotationnelle normale plus générale.**

Dans toutes nos expériences de laboratoire, ainsi que nous l'exposerons au chapitre III, nous avons toujours retrouvé le même courant de fond positif, c'est-à-dire se propageant dans le même sens que la houle. Il en résulte que l'hypothèse faite ci-dessus, en ce qui concerne le rotationnel, ne suffit pas pour expliquer le comportement de la houle en nature, BERTIN et DE CALIGNY ont trouvé que dans une mer peu profonde, il existe près du fond un courant de même sens qu'en surface, le contre-courant se produisant à mi-profondeur [5, 21].

On sait que l'introduction d'un rotationnel, dans les équations traduisant l'écoulement hydraulique d'un fluide parfait revient à schématiser l'influence de la viscosité. Le rotationnel introduit dans les houles rotationnelles normales, (rotationnel décroissant depuis la surface pour s'annuler au fond), traduit l'influence du frottement visqueux de la houle à la surface de l'air. Or, dès avant de quitter le domaine de l'eau très profonde, c'est-à-dire pour des valeurs de H supérieures à L, le frottement sur le fond introduit l'existence d'un rota-

tionnel décroissant depuis le fond jusqu'en surface qui se traduit par la présence d'un courant d'entraînement positif près du fond. Il y a donc intérêt à définir des houles rotationnelles plus générales que les houles rotationnelles normales en introduisant un rotationnel décroissant en valeur absolue depuis le fond jusqu'en surface. Nous proposons d'écrire ce rotationnel, par exemple, sous la forme :

$$\zeta(y_0) = \frac{h^2a^2b\mu'}{2\,\mathrm{sh}^2\,a\mathrm{H}} \cdot \mathrm{sh}(-2ay_0). \qquad (1,27)$$

La valeur du courant d'entraînement sous l'action de ce seul rotationnel sera :

$$h^2v = \frac{h^2a^2b}{2\,\mathrm{sh}\,a\mathrm{H}}\left(\mathrm{ch}\,2a(\mathrm{H}-y_0) + \mu'\,\mathrm{ch}\,2ay_0 - (1-\mu')\frac{\mathrm{sh}\,2a\mathrm{H}}{2a\mathrm{H}}\right) \qquad (1,28)$$

en tenant compte du courant d'entraînement propre à la houle irrotationnelle.

Pour μ' négatif, la rotation moyenne s'effectue dans le sens de rotation des particules.

Pour $\mu' = 0$, nous retrouvons la houle irrotationnelle de STOKES.

Pour μ' positif, la rotation est opposée au sens de la propagation. C'est, en fait, le cas que nous avons toujours observé au cours de nos expériences. Nous pourrons admettre en général que μ' est positif.

Nous pourrons introduire une houle rotationnelle plus générale répondant aux conditions de houle de laboratoire et aux conditions de houle en nature dès que celles-ci ne sont plus en eau profonde, et dont le rotationnel serait :

$$\zeta(y_0) = \frac{h^2a^2b}{2\,\mathrm{sh}^2\,a\mathrm{H}}\left(\mu\,\mathrm{sh}\,2a(\mathrm{H}-y_0) + \mu'\,\mathrm{sh}(-2ay_0)\right) \qquad (1,29)$$

avec, en général, $\mu > -1$ et $\mu' > 0$.

Le courant d'entraînement s'écrit :

$$h^2v = \frac{hab}{2\,\mathrm{sh}\,a\mathrm{H}}\left((1+\mu)\,\mathrm{ch}\,2a(\mathrm{H}-y_0) + \mu'\,\mathrm{ch}\,2ay_0 - (1+\mu-\mu')\frac{\mathrm{sh}\,2a\mathrm{H}}{2a\mathrm{H}}\right). \qquad (1,30)$$

Les houles irrotationnelles de STOKES s'obtiennent pour $\mu = \mu' = 0$. Le courant d'entraînement est nul pour $\mu = -1$ et $\mu' = 0$.

La répartition du courant d'entraînement est symétrique pour la part relative au rotationnel de fond par rapport à celle obtenue pour les rotationnels de surface lorsque :

$$\mu' = \mu + 1.$$

En général, et en tout cas, dans le domaine de l'eau profonde et assez profonde, μ' est inférieur à $\mu + 1$, la vitesse du courant de fond étant inférieure à la vitesse du courant de surface, la zone sujette à un courant d'entraînement négatif étant l'objet de courants faibles mais répartis sur plus de la moitié de la hauteur (voir *figure 1,4* c, p. 18).

V. HOULES PAR PROFONDEUR VARIABLE

Dans la nature, les fonds sont variables et la profondeur du milieu dans lequel se propagent les ondes n'est pas constante. D'après le théorème d'AIRY (*cf.* BOUASSE [5]), il est impossible de déterminer un mouvement oscillatoire cylindrique en fluide parfait dans le cas d'une profondeur variable. Le développement du calcul conduit à deux équations indépendantes qu'il est impossible de satisfaire identiquement; il n'existe pas, en fluide parfait, d'ondes périodiques qui satisfassent, simultanément, la condition de continuité et l'équation du mouvement.

Toutefois, M. MICHE (*cf.* [21]) a pu déterminer, dans le cas de fonds inclinés, des formes mathématiques du mouvement de la houle en admettant l'existence de singularités aux limites.

En effet, en fluide parfait, la rencontre de fonds variables par une onde progressive cylindrique donne naissance à des clapotis dont les équations mathématiques peuvent être parfaitement déterminées.

Dans le cas de fonds de profondeur régulièrement décroissante, la combinaison de deux solutions de clapotis décalés d'un quart d'onde, permet de déterminer une onde progressive simple. L'expression de la fonction résolvante est alors, en appelant α l'angle du fond avec l'horizontale :

$$\mathcal{H} = \frac{e^{-ay_0}}{a} \cos\left(bt - \left(ax_0 + (m-1)\frac{\pi}{4}\right)\right) \qquad (1,31)$$

dans laquelle $m \neq \frac{\pi}{2\alpha}$, m étant entier.

Les trajectoires des particules dans le mouvement représenté par cette équation sont des ellipses. Le grand axe des ellipses n'est pas strictement horizontal; il fait avec l'horizontale un angle croissant de $\frac{\alpha}{4}$ en surface à α sur le fond.

L'analyse des résultats permet d'admettre que les lois de la houle sur fonds peu inclinés sont sensiblement celles des mouvements correspondants, de même profondeur moyenne en profondeur constante, tout du moins dans une région de profondeur moyenne.

Enfin, l'emploi de la méthode énergétique qui admet la généralisation du principe d'équivalence énoncé ci-dessus permet d'approcher la détermination des caractéristiques de la houle par profondeur variable, et de déterminer dans tout leur domaine d'existence, avec une approximation uniforme, les caractéristiques d'une houle périodique en profondeur variable quelconque, pourvu qu'on soit assuré par l'expérience de l'existence d'un tel mouvement.

L'énergie transmise par la houle durant le temps dt vaut en effet :

$$E'\,dt = \int_0^{y_0} \left(-\rho g u y \frac{dy}{dy_0} + up\frac{dy}{dy_0}\right) dy_0\,dt \qquad (1,32)$$

énergie potentielle — énergie de pression

$$E'\,dt = \frac{\rho g h^2 L}{2T}\left(1 + \frac{2aH}{\mathrm{sh}^2\, aH}\right)\cos^2(bt - ax_0)\,dt$$

(1, 33) $$= \rho h^2 \int_0^H \frac{b^2}{a}\left(\frac{\mathrm{ch}\, a(H - y_0)}{\mathrm{sh}\, aH}\right)^2 \cos^2(bt - ax_0)\,dy_0\,dt$$

et durant une période :

(1, 34) $$\int_0^{2T} E'\,dt = \frac{\rho g h^2 L}{2}\left(1 + \frac{2aH}{\mathrm{sh}^2\, aH}\right).$$

De cette expression de l'énergie, on peut en déduire les valeurs des variables caractéristiques H', L', γ', au premier ordre d'approximation en h.

La fréquence du mouvement étant donnée, on a :

(1, 35) $$\frac{L'}{L} = \mathrm{th}\, a'H = \mathrm{th}\, \pi\frac{H}{L'}$$

et l'énergie moyenne transmise devant être constante, on a :

(1, 36) $$\rho g \frac{h'^2 L'}{2}\left(1 + \frac{2a'H}{\mathrm{sh}^2\, a'H}\right) = \rho\frac{g h^2 L}{2}$$

d'où :

(1, 37) $$\left(\frac{h'}{h}\right)^2 = \frac{1}{\mathrm{th}\, a'L\left(1 + \dfrac{2a'H}{\mathrm{sh}\, a'H}\right)}.$$

Des tables de valeurs usuelles permettent de résoudre directement tous les cas numériques d'application de ces formules (*cf.* [7]).

Il importe de bien préciser que les schémas obtenus par l'application des équations de la mécanique du fluide parfait (y compris l'introduction de compléments mathématiques traduisant partiellement l'influence de la viscosité telle que l'introduction d'un rotationnel ou de singularité aux limites), sont insuffisants pour expliquer totalement le comportement de la houle en nature ou en canal dans les zones limites, en particulier au contact du fond.

VI. AMORTISSEMENT DE LA HOULE DANS UN FLUIDE VISQUEUX

Nous n'aurons à faire intervenir la structure fine de l'écoulement au contact du fond que dans les cas particuliers, soit pour l'étude de l'amortissement dans lequel le frottement sur le fond joue un rôle important, soit pour l'étude des mouvements de matériaux sous l'action de la houle, c'est-à-dire des mouvements près du fond.

Nous étudierons brièvement dans ce paragraphe l'un des problèmes les plus importants pour les ingénieurs et les praticiens de la mer, à savoir : l'amortissement des houles lors de leur propagation.

La connaissance exacte des lois de l'amortissement des houles présente, d'une part, un intérêt pratique évident ne constituant pas seulement une spéculation intellectuelle, mais, d'autre part, elle permet de déterminer le comportement interne de la houle et de vérifier les hypothèses émises sur celle-ci par une détermination globale de leurs effets.

L'amortissement de la houle en profondeur quelconque dans un fluide visqueux se traduit par une dissipation d'énergie due :

— à la viscosité de l'eau;
— au freinage de l'air;
— à la turbulence interne de l'eau;
— à la tension superficielle de l'eau;
— à l'action sur le fond.

Ces différentes formes de dissipation d'énergie peuvent avoir une influence prépondérante suivant les conditions dans lesquelles se propage la houle. Nous n'étudierons pas l'influence de la tension superficielle de l'eau, qui est négligeable pour les houles réelles, mais qui est parfois sensible pour des houles de laboratoire en faible profondeur — en particulier, si la présence de poussières à la surface de l'eau vient augmenter considérablement la valeur de la tension superficielle — et d'autant plus importante que les houles sont plus courtes.

Si les houles se propagent en eau profonde et que l'on puisse négliger l'action du freinage de l'air, de l'influence du fond et de la turbulence interne de l'eau, nous retrouvons les calculs théoriques de l'amortissement des houles par grandes profondeurs.

a. Énergie dissipée par frottement visqueux.

L'énergie dissipée par suite du frottement visqueux au cours du mouvement du fluide s'obtient par la fonction de dissipation de RAYLEIGH. Cette fonction vaut, pour un mouvement cylindrique :

$$\text{(1, 38)} \qquad F = 2\mu\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial y}\right)^2\right) + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

ce qui donne, d'après l'équation (**1**, 21) limitée au premier ordre d'approximation :

$$\text{(1, 39)} \qquad 2F = 2\mu\,\frac{a^2b^2h^2}{\operatorname{sh}^2 aH}\Big(\operatorname{ch} 2a(H - y) + \cos 2(bt - ax)\Big)$$

nous en déduisons la quote-part de l'énergie dissipée par unité de temps pour une tranche de largeur B et de longueur unité :

$$Q = \frac{B}{2L}\int_0^{2L} dx \int_H^0 2F\,dy = \frac{2\mu g\pi^2 h^2 B}{L^2} = \nu\left(\frac{2\delta\pi^2 h^2 B}{L^2}\right).$$

En ne tenant compte que de ce seul facteur de dissipation d'énergie, on retrouve la formule classique donnant la variation de l'amplitude de la houle :

$$2h = 2h_0 e^{-2a^2 t} \quad \text{ou} \quad 2h = 2h_0 e^{-\frac{4a^{5/2}\nu x}{\sqrt{g}}} \cdot \tag{1, 40}$$

Variation dans le temps ou dans l'espace.

Même dans le cas de profondeur infinie, à cet amortissement s'ajoute l'amortissement par dissipation d'énergie par freinage de l'air. On a l'habitude de l'écrire d'après la formule de JEFFREYS :

$$Q_a = \frac{1}{2g} s \frac{\delta' \pi^2 l^2 LB}{T^3} \tag{1, 41}$$

en introduisant un facteur sans dimensions s dit coefficient d'abri dont une valeur couramment employée est 0,01. Cette action de freinage due à l'air peut se comprendre dans la dissipation de l'énergie, par frottement visqueux, en introduisant un coefficient cinématique moyen d'amortissement dû à l'air :

$$\gamma_a = \frac{s\delta'}{4\pi\delta} \cdot \frac{L^2}{T} \cdot \operatorname{th} aH. \tag{1, 42}$$

Mais l'ensemble des amortissements ainsi calculés ne rend pas compte de l'amortissement total des houles réelles, M. MICHE a introduit (*cf.* [22-23]) l'influence de la dissipation d'énergie par suite de la turbulence interne de l'eau, alors que M. BIESEL [34] et M. CARRY [10] introduisent dans le calcul de dissipation la condition imposée par la continuité en écoulement visqueux d'une vitesse nulle au fond.

Partant de l'existence d'une fonction de courant, de la forme $\psi = \psi_1 + \psi_2$ satisfaisant respectivement $\Delta \psi_1 = 0$, $\Delta\psi_2 \quad \frac{1}{\nu} \frac{\partial \psi_2}{\partial t^2} = 0$ on peut écrire successivement les conditions de l'écoulement, à savoir :

— vitesse nulle au fond;
— pression constante à la surface;
— condition d'effort tangentiel nulle en surface;
— condition d'incompressibilité du fluide.

On obtient la formule suivante de la loi de l'amortissement en fonction de l'espace parcouru :

$$2h = 2h_0 e^{\frac{-2}{\operatorname{sh} 2aH + 2aH}} \left(\sqrt{\frac{a^2\nu}{2b}} + \frac{2a^2\nu}{b} \left(\operatorname{sh} 2aH + \frac{1}{\operatorname{sh} 2aH + 2aH} + \frac{2 \cdot \operatorname{sh} aH \cdot \operatorname{ch}^3 aH}{(\operatorname{sh} 2aH + 2aH)^2} \right) \right).$$

Pour les grandes profondeurs relatives, on retrouve la formule classique (1,40); en eau assez profonde le terme prépondérant est, en général, le terme en $\nu^{1/2}$; pour des profondeurs relatives très faibles, le terme en ν redevient prépondérant, mais la formule ne comprend pas ce domaine d'application, par suite des hypothèses de calcul.

Précisons, toutefois, que l'hypothèse essentielle de ce calcul, vitesse nulle au fond, qui correspond au raccordement au fond d'un écoulement parfaitement laminaire, limite étroitement le domaine d'application de ces formules. En effet, il faut supposer qu'il n'y a aucune turbulence ni décollement dans le fluide au contact du fond.

Or, les houles naturelles sont toutes partiellement turbulentes dans un très large domaine, et même des houles faibles, telles que les houles de laboratoire, semblent, dans le domaine de l'eau peu profonde et assez profonde, donner lieu à des décollements de la couche limite laminaire que nous étudierons plus loin.

En conséquence, le schéma ci-dessus ne doit s'appliquer, semble-t-il, qu'aux houles de très faibles amplitudes de laboratoire sur fonds extrêmement lisses restant dans le domaine de l'écoulement laminaire.

En dehors de ce domaine, le terme en $e^{-\nu^{1/2}}$ ne traduit pas correctement l'influence du fond sur l'amortissement des houles et le calcul plus classique introduisant un terme en $e^{-\nu}$ pour traduire l'amortissement des houles au sein du fluide par suite du frottement visqueux, reste valable dans la majorité des cas. Mais on doit alors introduire une perte d'énergie au fond, liée à la turbulence partielle ou totale, qui se développe dans la couche limite.

b. Énergie dissipée par la turbulence interne d'un mouvement.

Nous nous limiterons ici à l'aspect énergétique total du phénomène suivant le schéma proposé par M. Miche [22]. En général, la force de frottement sur le fond peut être décrite :

$$F_t = \chi U^n$$

χ étant un coefficient de frottement et n un exposant égal à :

— 1 (mouvement laminaire);
— 1,75 (loi de Blasius), turbulence partielle;
— 2 (mouvement à turbulence complète).

Dans le cas d'un mouvement alternatif, la perte d'énergie pour une tranche de largeur B, de longueur unité, vaut en moyenne au cours d'une longueur d'ondes :

$$Q_s = \frac{\chi B}{L}\int_0^L |U^n|\,|U|\,dx = \chi B W_n U_{max.}^{n+1}$$

avec

$$W_1 = \frac{1}{2} \qquad W_{1,75} = 0{,}44 \qquad W_2 = \frac{5}{3\pi} = 0{,}424.$$

Dans le cas de la turbulence complète, on obtient :

$$Q = \frac{4\chi}{3\pi} B U_{max.}^3 = \frac{4\pi^2}{3}\chi B \frac{h^3}{T^3 \operatorname{sh}^3 \alpha H}.$$

Le coefficient d'amortissement ainsi calculé est, en général, nettement plus important que le coefficient dû au frottement laminaire.

La conclusion pratique importante résulte de ce que l'amortissement des amplitudes dans l'espace est strictement exponentiel dans le cas d'une force de frottement proportionnelle à la vitesse ($n \neq 1$, mouvement laminaire). Par contre, pour une force de frottement proportionnelle à la puissance de la vitesse avec $n \neq 1$, c'est-à-dire frottement de couche turbulente, ou partiellement turbulente la courbe d'amortissement correspond à une hyperbole généralisée.

M. Miche [24] a discuté l'application de ces différentes hypothèses. Il semble que, pour les houles en nature, l'amortissement hyperbolique soit le cas général.

En laboratoire, pour une rugosité relativement faible, de l'ordre de 0,2 à 0,5 mm, les relations ont donné une courbe d'amortissement qui semblait se rapprocher plus de l'hyperbole que de l'exponentielle, et qui, par conséquent, confirmait l'hypothèse du frottement turbulent sur le fond [1].

[1] Voir sur cette importante question de l'amortissement des houles et en particulier l'influence du frottement laminaire ou turbulent M. Miche [23, 24, 25] et MM. Biesel et Carry [2, 3, 4, 10].

CHAPITRE II

COUCHE LIMITE DES HOULES PROGRESSIVES CYLINDRIQUES

Dans le chapitre précédent, nous avons admis que les forces de viscosité pouvaient être négligées dans les équations représentant le mouvement, celui-ci dépendant d'un potentiel des vitesses. Toutefois, nous avons complété le schéma mathématique propre au fluide parfait :

1° En considérant des mouvements rotationnels, alors que le mouvement du fluide parfait est théoriquement irrotationnel, d'après le théorème de LAGRANGE. L'introduction des rotationnels traduit l'influence, sur la masse du fluide dans laquelle les éléments cinématiques ne sont pas influencés par les forces de viscosité — que nous appellerons fluide sain —, des zones frontières où se développent les phénomènes dus à la viscosité;

2. En déterminant globalement les pertes d'énergie du mouvement dans l'espace.

On a vu, toutefois, que la détermination des pertes d'énergie dans les zones frontières, qui représentent la fraction la plus importante de l'énergie globale dissipée, ne peuvent être déterminées d'une façon univoque, et que plusieurs résultats différents peuvent être obtenus suivant les hypothèses de départ.

Nous approfondirons dans ce chapitre l'influence des forces de viscosité en étudiant le comportement de la couche limite du fluide au contact des parois, dans le cas d'un mouvement progressif cylindrique.

Nous rappelons que l'on considère généralement deux domaines dans un fluide en mouvement :

— le fluide sain, ainsi que nous l'avons ci-dessus dénommé, où l'influence des forces de viscosité sur les éléments cinématiques du mouvement est négligeable;

— la couche limite, qui constitue la région du fluide dans laquelle la présence des parois impose un gradient de vitesse élevé, et, par conséquent, dans laquelle les forces de viscosité ne sont plus négligeables.

Bien qu'il y ait physiquement continuité entre les deux domaines, on peut étudier la couche limite séparément en admettant que les conditions aux limites des éléments cinématiques du mouvement dans la couche limite sont

celles du fluide sain. Il importe de noter que dans un mouvement non permanent une même molécule du fluide peut alternativement être incluse dans la couche limite, ou retourner dans le fluide sain.

L'étude mathématique de la couche limite dans les mouvements oscillatoires est extrêmement complexe, et malgré quelques études théoriques remarquables (voir [28, 34, 35, 37]), il semble impossible actuellement de rendre compte directement du comportement de la couche limite dans le cas d'un mouvement périodique progressif cylindrique. Nous ne rechercherons donc pas toujours la rigueur mathématique, mais nous essaierons, à la lumière des connaissances actuelles sur les couches limites, de comprendre le phénomène dans le cas des houles établies, d'expliquer les observations effectuées en canal à houle, et de donner les valeurs des différents paramètres permettant de déterminer les caractéristiques de l'écoulement aux frontières, et de son influence sur l'écoulement du fluide sain.

A notre connaissance, l'étude publiée par M. Huon Li [12] en juillet 1954, intitulée « *Stability of oscillatory laminar flow along a wall* », constitue le seul ouvrage traitant de la couche limite des mouvements progressifs périodiques cylindriques [1]. En fait, les expériences relatées dans cet ouvrage concernent le problème de la stabilité d'une couche limite oscillatoire.

Une étude relative à cette question a été également entreprise par la Sogreah, les premiers résultats obtenus ayant fait l'objet d'une communication à la S.H.F. [43].

I. ÉTUDE CRITIQUE DES ESSAIS DE M. HUON LI [12, 24. 4, 39]

Le but recherché dans l'étude de M. Huon Li était la détermination du point de transition, de l'écoulement laminaire à l'écoulement turbulent, dans la couche limite, lorsque le fluide est animé d'un mouvement progressif périodique.

Mais les expériences furent effectuées en faisant osciller la plaque constituant le fond du canal d'essai dans de l'eau calme. Ces essais furent réalisés en représentant plusieurs types de rugosité.

a. Intérêt de ces essais.

Ces essais présentent un très grand intérêt du fait même qu'ils sont uniques dans leur genre, et parce que les résultats permettent de les relier facilement à des paramètres sans dimension.

D'autre part, l'originalité de ces essais, effectués en faisant osciller le fond alors que la masse d'eau reste immobile, a permis d'atteindre des vitesses et des périodes comparables à celles existantes en nature, ce qui est impossible en laboratoire lorsqu'on expérimente sur des mouvements de houles proprement dits.

[1] Du point de vue expérimental.

b. Insuffisance de ces essais.

Mais, inversement, ces essais présentent de graves insuffisances si l'on veut appliquer les résultats obtenus aux couches limites des houles progressives. Il ne semble pas, d'ailleurs, que ces insuffisances aient été vues clairement par les auteurs de ces essais.

Le phénomène étudié diffère fondamentalement du phénomène que constitue la couche limite des houles, par les points suivants :

1. Le mouvement du fond est uniquement périodique dans le temps, et ne présente pas la double périodicité caractéristique des ondes progressives périodiques, dans le temps et dans l'espace (suivant le sens de propagation de la houle).

Le phénomène étudié est de la forme $f(e^{ibt})$, alors que les phénomènes relatifs aux houles sont de la forme $f[e^{i(bt-ax)}]$

2. Les conditions aux limites entre fluide sain et couche limite diffèrent par l'absence, dans le cas étudié par Huon Li, de variation de pression, et d'existence de vitesse verticale dans le fluide sain.

3. Le fluide sain étant un fluide au repos dans le cas de ces essais, la mise en mouvement de la couche limite fait intervenir des forces d'inertie, qui ne sont pas négligeables dans le phénomène étudié.

De plus, l'absence de mouvement orbital transforme considérablement les caractéristiques du mouvement de la zone marginale : car, ainsi que nous l'exposerons plus loin, le mouvement orbital des ondes progressives semble constituer un facteur influent du mouvement.

4. Les vibrations propres de la plaque oscillante introduisent des influences secondaires qui ne peuvent pas toujours être négligées et, en particulier, engendrent des ondes stationnaires qui furent mises en évidence lors de l'étude des mouvements de matériaux (par M. Madhav Manohar [20]) pour des conditions expérimentales analogues.

c. Critique du calcul justificatif de la théorie de la couche limite.

Le calcul, qui a été proposé pour essayer de mettre en équation le phénomène de la couche limite dans le cas de ces essais, n'est pas, par ailleurs, entièrement satisfaisant.

Ce calcul reprend l'exposé de Lamb [26] (*éd. 1932*) relatif à l'étude du mouvement d'un fluide visqueux excité par une force périodique, en tenant compte du fait que la vitesse s'annule sur le fond.

Ce calcul conduit à écrire que :

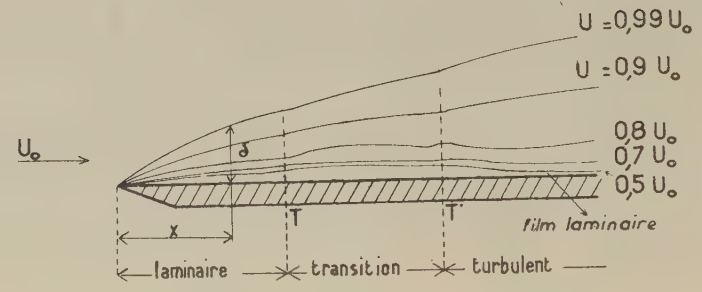
(2,1) $$u = u_0 \sin bt$$ sur le fond

l'expression de la vitesse dans la masse du fluide :

(2,2) $$u = u_0 e^{-\beta z} \sin(bt - \beta z)$$

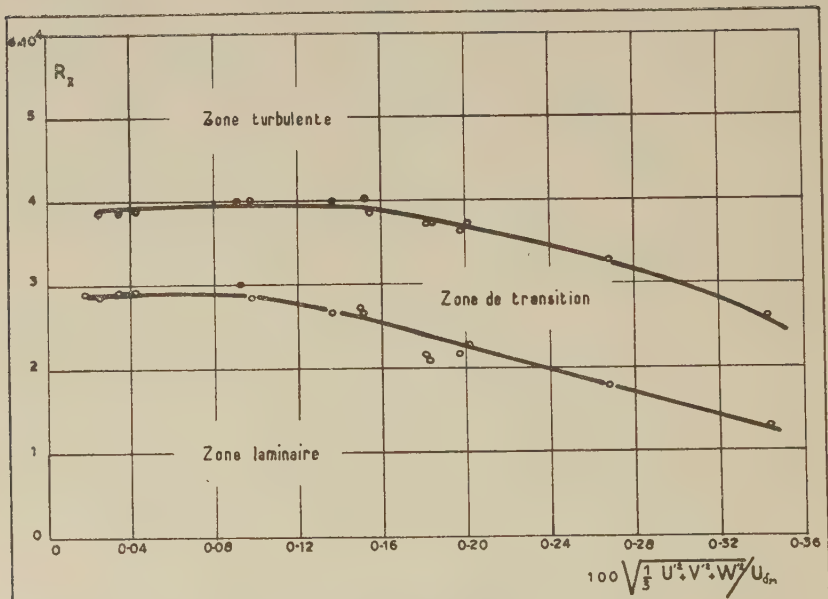
vérifie les équations réduites de NAVIER-STOKES :

$$(2,3) \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \qquad \text{pour} \quad \beta = \left(\frac{b}{2\nu}\right)^{1/2}.$$



COUCHE LIMITE LAMINAIRE ET COUCHE LIMITE TURBULENTE

fig. 2,1



—— EFFET DE LA TURBULENCE SUR LE NOMBRE DE REYNOLDS DE TRANSITION CAS DE LA PLAQUE PLANE. *(D'après SCHUBAUER et SKRAMSTAD 1957)* ——

fig.2,2

La définition de la couche limite, d'après M. Huon Li, à partir de ce calcul, consiste à admettre que le facteur $e^{-\beta\delta}$ est égal à 1/100 à la frontière de la couche limite, ce qui définit l'épaisseur de la couche limite $\delta = 3{,}67\sqrt{\nu T}$.

Il importe de remarquer que, dans ces conditions, nous avons $\beta\delta = 4{,}6 > \pi$ et que, par conséquent, le signe de u correspond à une vitesse de sens opposé à celle de u_0 à la frontière de la couche limite ainsi définie.

Ce schéma est insuffisant pour rendre compte du mouvement propre de la couche limite, et ne tient pas suffisamment compte de l'amortissement du mouvement dans le fluide.

II. ÉTUDE DESCRIPTIVE APPROCHÉE DE LA COUCHE LIMITE DES HOULES

Avant de relater les essais que nous avons effectués sur les houles de laboratoire et de décrire les observations relatives aux phénomènes marginaux, nous nous proposons, dans le présent chapitre, de rechercher d'abord une forme analytique des équations susceptibles de rendre compte du comportement des couches limites des houles progressives cylindriques en appliquant les données de la mécanique des fluides.

Ainsi que nous le verrons dans le paragraphe suivant, l'étude analytique de la couche limite des houles par les équations de Navier-Stokes, conduit rapidement à une grande complexité des calculs. C'est pourquoi il est intéressant d'aborder l'étude de la couche limite des houles par une méthode plus suggestive.

Par extension — moyennant certaines hypothèses — des résultats classiques des couches limites en écoulement permanent, on peut essayer de donner une explication physique satisfaisante des phénomènes de la couche limite des houles, et tâcher d'approfondir le processus explicatif des phénomènes observés au cours des essais de laboratoire.

Nous rappellerons tout d'abord quelques résultats classiques relatifs aux couches limites.

On trouvera les développements théoriques justificatifs de ces résultats dans les ouvrages de MM. E. Brun [9]; A. Oudart [26, 27], C. C. Lin [19] et A. Townsend [38].

1° Rappel des résultats classiques des couches limites en mouvements permanents.

Le long d'une plaque semi-infinie rigoureusement lisse parallèle à l'écoulement d'un fluide animé d'un mouvement permanent de vitesse u_0, se développe, à partir du bord d'attaque, une couche limite d'abord laminaire jusqu'à un point T, puis une zone de transition partiellement turbulente et, enfin, à partir d'u point T', une couche turbulente raccordée à la plaque plane (*figure 2,1*) par un film laminaire extrêmement mince.

Les points de transition T, T′, correspondent à des nombres de REYNOLDS critiques qui peuvent varier de 10^4 à 4.10^4, suivant les conditions d'écoulement du fluide et l'état de la plaque (*figure 2,2*).

L'épaisseur de la couche limite est égale pour la zone laminaire à :

$$\delta = 4{,}92\sqrt{\frac{\nu x}{u_0}} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\delta}{x} = \frac{4{,}92}{\sqrt{R_x}}.$$

Si nous explorons la plaque en suivant une molécule du fluide sain (-coordonnées de LAGRANGE), la variable n'est plus x mais le temps, et nous pouvons écrire :

$$\delta = 4{,}92\sqrt{\nu t}. \tag{2,4}$$

Remarquons que les nombres de REYNOLDS critiques des points de transition sont définis à partir de R_x, mais :

$$R_\delta = \frac{u_0\delta}{\nu} = 4{,}92\sqrt{R_x}.$$

Il en résulte que R_δ critique de la zone de transition peut varier entre 5.10^2 et 10^3.

Dans la zone laminaire, le profil des vitesses peut se représenter par la courbe $\frac{u}{u_0} = P\left(\frac{y}{\delta}\right)$, P étant un polynôme du troisième ou du quatrième degré (polynôme de K. POLHAUSEN).

Dans la zone turbulente, le profil des vitesses peut être représenté par :

$\frac{U}{u_\delta} = \frac{\log \frac{ay}{\delta}}{\log a}$ dans la zone réellement turbulente

et $\frac{u}{u_\delta} = b\,\frac{y}{\delta}$ dans le film laminaire

ou, plus simplement par $\frac{u}{u_\delta} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/n}$

Dans ce cas, le calcul donne pour $n = 7$:

$$\delta = 0{,}38\left(\frac{\nu}{u_0}\right)^{0,2} x^{0,8}$$

si nous supposons que l'écoulement est turbulent à partir du bord d'attaque.

Cette formule peut s'écrire, en introduisant le temps comme paramètre :

$$\delta = 0{,}38\nu^{0,2}\,u_0^{0,6}\,t^{0,8} = 0{,}38\,(\nu t)^{0,8}\left(\frac{u_0}{\nu}\right)^{0,6}. \tag{2,5}$$

Le film laminaire a une épaisseur δ_b qui est donnée par :

$$\frac{\delta b}{\delta} = \frac{80}{R_\delta^{0,875}}.$$

Ces résultats relatifs à la plaque lisse sont valables pour une plaque rugueuse tant que :

(2, 6a) $$\frac{\varepsilon}{\delta} \leq 4{,}33\ \mathrm{R}_\delta^{-1/2}$$

en désignant par ε une dimension caractéristique de la rugosité : la hauteur moyenne des aspérités dans l'application de cette formule.

En faisant intervenir la vitesse de frottement : $u^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$ on obtient $\frac{u^*\varepsilon}{\nu} > a$ a étant une constante dont la valeur donnée par le calcul est 5,5 et, par l'expérience, 4.

La paroi est parfaitement rugueuse et le film laminaire n'existe plus si $\frac{u^*\varepsilon}{\nu} > 100$.

Ces inégalités peuvent s'écrire en milieu turbulent en faisant intervenir δ_b épaisseur du film laminaire.

(2,6 *b*) $\frac{\delta_b}{\varepsilon} < 1{,}3$ la rugosité n'intervient pas.

(2,6 *c*) $\frac{\varepsilon}{\delta_b} < 8$ il n'y a pas de film laminaire.

Tous ces résultats ne sont valables que pour la plaque plane, et en écoulement permanent. Mais nous admettrons qu'ils fournissent un ordre de grandeur très acceptable dans le cas de l'écoulement régulier et périodique.

Si la vitesse et, par conséquent, la pression, varient à l'extérieur de la couche limite, les résultats sont différents car l'hypothèse d'affinité de Blasius n'est plus valable. La loi de distribution des vitesses $\frac{u}{u_\delta}$ varie d'un point à l'autre.

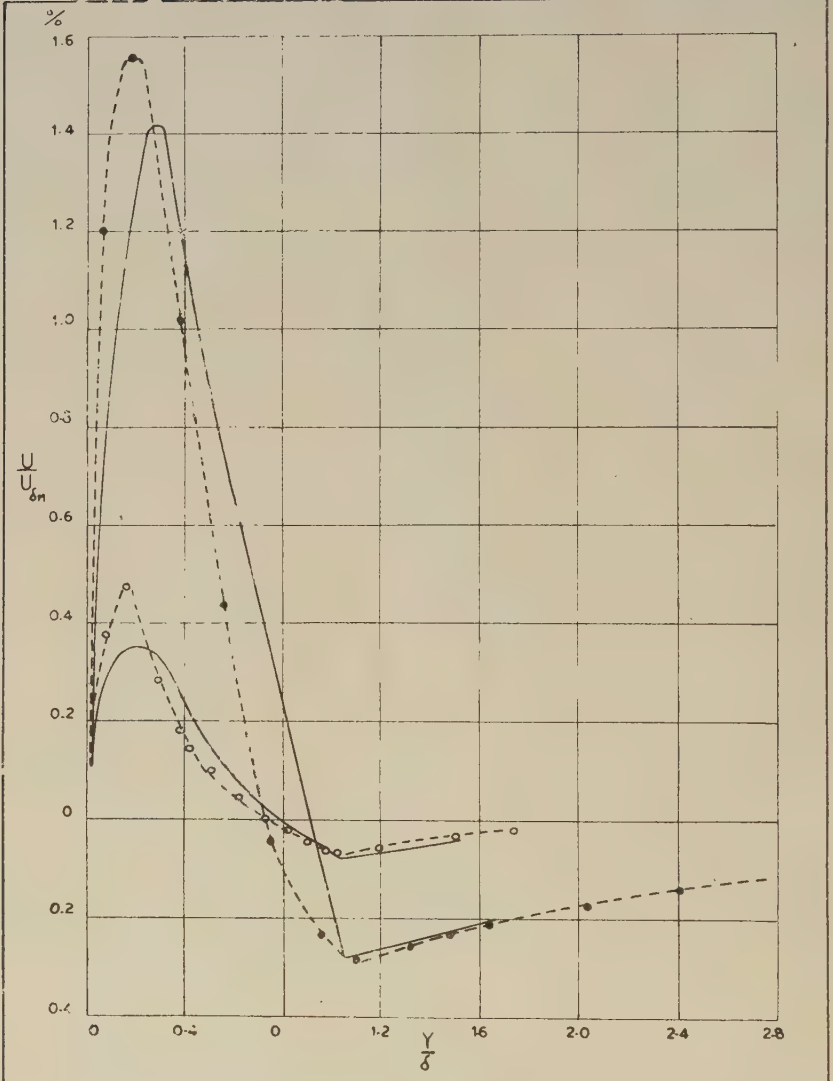
L'accroissement de la vitesse dans le sens de l'écoulement constitue un facteur de stabilité, au contraire, la décroissance de la vitesse dans le sens de l'écoulement constitue un facteur d'instabilité.

Un gradient de pression positif en allant de l'amont à l'aval de l'écoulement, est un facteur d'instabilité, un gradient de pression négatif est un facteur de stabilité. L'existence d'un gradient de pression modifie l'épaisseur de la couche limite et le profil des vitesses; $\frac{u}{u_\delta}$ est plus grand que dans le cas de la plaque plane pour toute valeur de $\frac{y}{\delta}$ si dp est négatif dans le sens de l'écoulement, $\frac{u}{u_\delta}$ est plus petit si dp est positif.

La vitesse perpendiculaire au profil est nulle sur la paroi, mais $\frac{dv}{dy}$ qui n'est pas nul, a une influence importante.

$\frac{dv}{dy} > 0$ constitue un facteur d'instabilité de l'écoulement (y étant compté positivement à partir de la paroi).

$\frac{dv}{dy} < 0$ constitue un facteur de stabilité de l'écoulement.



DISTRIBUTION DE L'AMPLITUDE DES OSCILLATIONS DANS LA COUCHE LIMITE

(D'après SCHUBAUER et SKRAMSTAD 1947)

Fig. 23

L'influence de $\frac{dv}{dy}$ lié par l'équation d'incompressibilité à $\frac{du}{dx}$, peut se comparer à l'influence de la courbure du profil dans le cas de l'écoulement permanent.

$\frac{dv}{dy} > 0$ correspond à un profil convexe.

$\frac{dv}{dy} < 0$ correspond à un profil concave.

Enfin, d'autres effets ont été étudiés. Citons l'effet d'aspiration ou d'injection. L'aspiration de la couche limite est un facteur de stabilité, l'injection de fluide dans la couche limite est un facteur d'instabilité.

En ce qui concerne les mouvements pulsatoires, les travaux de SCHUBAUER et SKARMSTAD [33, 34] ont mis en évidence le fait que la vitesse dans la couche limite peut être plus importante que la vitesse à la frontière du fluide sain (*figure 2,3*).

2° Description théorique de la couche limite dans un mouvement cylindrique périodique (houle établie).

Nous avons donné précédemment (**1**, 20, 21) les équations de u, v et p dans le fluide sain, pour une houle établie. C'est à partir de ces équations valables dans le fluide sain, donc au-dessus de la frontière, que nous étudierons le comportement probable de la couche limite.

A une faible distance du fond, le mouvement des particules correspond à des ellipses très aplaties. Nous pouvons distinguer quatre zones :

$$0 < bt - ax_0 < \frac{\pi}{2} \qquad \text{quadrant 1}$$

$$\frac{\pi}{2} < bt - ax_0 < \pi \qquad \text{quadrant 2}$$

$$\pi < bt - ax_0 < \frac{3\pi}{2} \qquad \text{quadrant 3}$$

$$\frac{3\pi}{2} < bt - ax_0 < 2\pi \qquad \text{quadrant 4}$$

et nous noterons A, B, C, D, les quatre sommets de l'ellipse avec A ($bt \quad ax_0 = o$) B $\left(bt - ax_0 = \frac{\pi}{2}\right)$ C $(bt - ax_0 = \pi)$ D $\left(bt - ax_0 = \frac{3\pi}{2}\right)$ [*figure 2,4*].

Si nous partons du point D où la vitesse est nulle, pour aller vers le point B, la vitesse u est toujours dirigée dans le même sens et on peut admettre que, s'il n'y avait pas d'autre influence, la couche limite qui s'établirait ainsi correspondrait à celle prenant naissance le long d'une plaque plane sous réserve que les mouvements soient suffisamment lents pour permettre l'établissement de cette couche limite.

Nous aurions donc une couche limite d'épaisseur : $\delta = 4{,}92 \sqrt{\nu\, t}$ ou sans préciser la constante $\delta = k\sqrt{\nu\, t}$ avec $k \leq 4{,}92$.

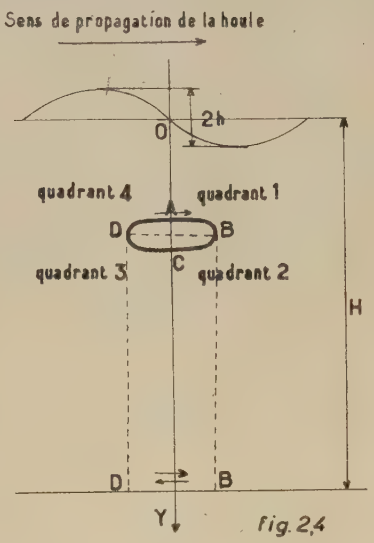


fig. 2,4

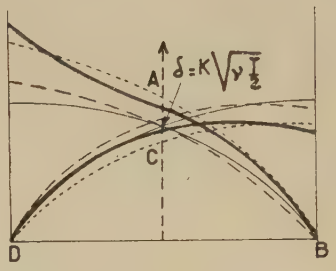
LEGENDE

—— Valeur de δ dans le cas de la plaque plane

– – Influence de $\frac{\partial u}{\partial t}$ et de $\frac{\partial p}{\partial x}$

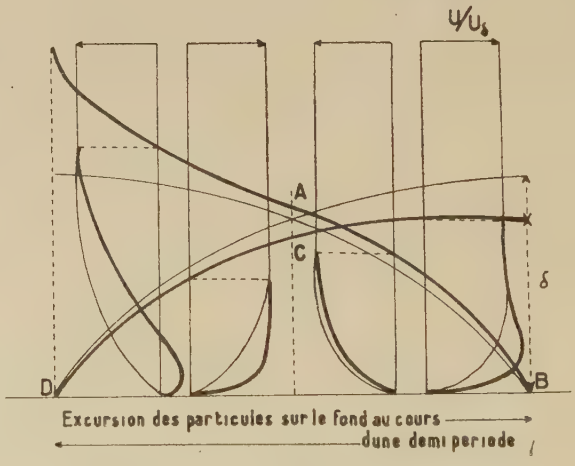
····· Influence de $\frac{\partial v}{\partial y}$ et de $\frac{\partial u}{\partial x}$

—— Valeur de δ dans le cas des houles



EPAISSEUR DE LA COUCHE LIMITE

fig. 2,5



EPAISSEUR DE LA COUCHE LIMITE ET PROFIL DE VITESSES

fig. 2,6

Le raisonnement serait le même en parcourant le trajet BCD, si l'on admet, ce qui est physiquement vraisemblable, que la couche limite peut être considérée comme d'épaisseur nulle au début du mouvement de B vers C : c'est, en fait, une couche limite nouvelle que nous étudions alors.

a. *Influence de la variation de vitesse et du gradient de pression le long de la couche limite.*

En fait, étant donné que le mouvement n'est pas permanent, l'épaisseur de la couche limite et le profil des vitesses sont fortement influencés par la variation des vitesses dans le fluide sain. En restant en coordonnées de LAGRANGE cette variation de vitesse caractérisée par $\frac{du}{dt}$ est directement liée à la variation de pression $\frac{dp}{dx}$ le long de la couche limite. Nous avons :

$$\frac{du}{dt} = \frac{-hb^2}{\operatorname{sh} a\mathrm{H}} \cdot \sin(bt - ax_0).$$

La variation de $\frac{du}{dt}$ ou de $-\frac{dp}{dx}$ s'effectue dans le sens contraire de u dans les quadrants 1 et 3 et dans le même sens que u dans les quadrants 2 et 4.

On doit donc observer une diminution de l'épaisseur de δ dans les quadrants 1 et 3 et une augmentation dans les quadrants 2 et 4 par rapport au profil de la couche limite que nous aurions obtenu pour un mouvement permanent.

Corrélativement, $\frac{u}{u_\delta}$ est plus petit que dans le cas de la plaque plane dans les quadrants 1 et 3 et plus grand dans les quadrants 2 et 4.

b. *Influence de la double périodicité du mouvement.*

Jusqu'à présent, nous n'avons introduit que l'influence des variations de vitesse du fluide dans le temps. Les considérations précédentes seraient valables pour un mouvement périodique de l'ensemble de la masse du fluide de la forme :

$$f\left(e^{(\beta+ib)t}\right).$$

Mais les mouvements progressifs cylindriques sont à double périodicité dans le temps et dans l'espace et de la forme :

$$f\left(e^{(\beta+ib)t+(\alpha+ia)x}\right).$$

Il en résulte que les variations des facteurs $\frac{du}{dx}$ ou $-\frac{dv}{dy}$ — qui sont liés par l'équation d'incompressibilité — sont importantes.

En effet, lorsque la couche limite se développe, elle s'alimente de particules provenant du fluide sain, dont la vitesse v n'est pas absolument négligeable, en particulier, lorsqu'on s'approche des points B et D. On devra caractériser

cette influence par le facteur $+\frac{du}{dx}$ ou $-\frac{dv}{dy}$ (précisons qu'avec les notations adoptées dans l'étude des houles, y décroît quand on s'éloigne de la paroi).

Remarquons que ce paramètre traduit également l'influence des conditions amont et aval de vitesses. Les conditions aval et amont ont pour effet de provoquer une aspiration de couche limite dans les quadrants 4 et 1, au contraire, de s'opposer à la progression de la couche limite (effet d'injection) dans les quadrants 2 et 3 [1].

Nous avons

$$-\frac{dv}{dy} = \frac{hba}{\operatorname{sh} aH} \cdot \sin(bt - ax).$$

Ce paramètre est positif dans les quadrants 1 et 4 et négatif dans les quadrants 2 et 3.

Dans le cas des houles progressives l'influence de ce facteur aura les conséquences suivantes :

— diminution de l'épaisseur de la couche limite dans les quadrants 4 et 1 (facteur de stabilité) et augmentation de l'épaisseur de la couche limite dans les quadrants 2 et 3 (facteur d'instabilité);

— augmentation de la fonction $\frac{u}{u_\delta}$ dans les quadrants 1 et 4, diminution de la fonction $\frac{u}{u_\delta}$ dans les quadrants 2 et 3;

— au point B, les conditions de vitesses aval et amont correspondent à un effet de succion sur la couche limite qui sera favorable à la stabilité de celle-ci et défavorable au décollement. Au contraire, au point D les conditions de vitesse correspondent à un effet d'injection favorable à l'instabilité due au décollement de la couche limite [2].

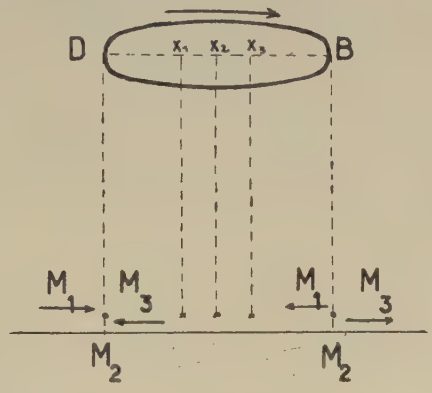
c. *Variation de l'épaisseur de la couche limite et du profil des vitesses à l'intérieur de la couche limite.*

L'influence des paramètres que nous avons ci-dessus examinés conduit en définitive à des variations très différentes suivant les quadrants considérés (*figures 2,5* et *2,6*), des caractéristiques de la couche limite.

[1] Pour mettre en évidence ce phénomène physique, il suffit de considérer trois molécules $M_1 M_2 M_3$ telles que $x^0_1\ x^0_2\ x^0_3$ (voir *fig. 2, 7*). En un temps t tel que $bt\text{-}ax_2 = \frac{\pi}{2}$ (point B,) les molécules M_1 et M_3 qui correspondent à τ_1 et $\tau_3 (\tau_1 > \tau_2 > \tau_3)$ sont animées de vitesses dirigées à l'opposé de M_2 d'où aspiration; au temps t, tel que $bt - ax_2 = \frac{3\pi}{2}$ (point C), les molécules M_1 et M_3 sont animées de vitesses dirigées vers M_2, d'où injection.

[2] Toutes les expériences que nous avons effectuées l'ont été sur fond imperméable. Précisons que lorsque le fond est perméable (fond de sable, en particulier), la condition de nullité de v à la paroi n'est plus exacte. Il y a alors, dans le sens étroit du terme, une aspiration dans le massif pulvérulent de la couche limite en B, et une injection en D.

Les facteurs ci-dessus examinés influencent dans le même sens l'épaisseur de la couche limite dans les quadrants 1 et 2. Dans le quadrant 1, l'ensemble des phénomènes tend à réduire l'épaisseur de la couche limite tandis que dans le quadrant 2 l'ensemble des phénomènes tend à augmenter l'épaisseur de la couche limite. Dans les quadrants 3 et 4 les facteurs étudiés ci-dessus influent l'un dans un sens, l'autre dans l'autre.



SCHEMA DES PHENOMENES D'INJECTION OU D'ASPIRATION DE LA COUCHE LIMITE SUR FOND IMPERMEABLE

fig. 2,7

En ce qui concerne le profil des vitesses $\frac{u}{u_\delta}$ les variations sont de même sens dans les quadrants 3 et 4, le profil des vitesses étant d'une courbure moins accentuée que dans le cas de la plaque plane dans le quadrant 3 et d'une courbure plus importante dans le quadrant 4. Dans les quadrants 1 et 2 les deux facteurs jouent en sens opposé. On peut toutefois admettre qu'en ce qui concerne le quadrant 1, les valeurs élevées de $\frac{u}{u_\delta}$ dans le quadrant 4 ont pour effet d'augmenter les vitesses à l'amont du quadrant 1, et, par conséquent, également dans le quadrant 1.

Ces résultats (augmentation des vitesses dans le quadrant 4 et augmentation corrélative dans le quadrant 1) sont d'ailleurs en accord avec les observations de SCHUABAUER et SKAMRSTAD concernant la dissymétrie du profil des vitesses dans les mouvements périodiques.

De même, l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite dans le quadrant

2 aura pour effet le développement d'une couche limite plus épaisse dans le quadrant 3; ceci, joint à la décroissance des vitesses du fluide sain caractéristique de ce quadrant, confirme l'hypothèse d'instabilité favorisant le décollement de la couche limite au point D.

Au contraire, la diminution d'épaisseur dans le quadrant 1 et l'augmentation des vitesses prévue dans ce quadrant confirment l'hypothèse de stabilité de la couche limite dans ce quadrant et la faible probabilité de décollement au point B.

En définitive, le profil des vitesses à l'intérieur de la couche limite et l'épaisseur de la couche limite devraient avoir des formes voisines de celles représentées sur la figure (2,6).

L'ensemble des facteurs ainsi envisagés permet donc de prévoir les phénomènes suivants :

— un décollement de la couche limite est probable au voisinage des points D ou B (vitesse nulle parallèlement à l'écoulement);

— le décollement en D s'obtiendra très facilement (injection dans la couche limite) alors que le décollement en B ne s'obtiendra que dans des cas particuliers (succion de la couche limite);

— le passage de la couche limite laminaire à la couche limite turbulente s'effectuera de préférence aux environs des points A et C (maximum de vitesse);

— au contact de la paroi, la couche limite est douée d'un mouvement horizontal moyen important dans le sens de la propagation de la houle. En effet, d'une part, la couche limite est plus épaisse de B en D que de D en B, et, par conséquent, une part plus importante du fluide est ralentie par la présence de la paroi pour le mouvement de retour, d'autre part, le profil des vitesses correspond à des valeurs de $\frac{u}{u_\delta}$ qui sont dans l'ensemble inférieures pour le parcours BD que pour le parcours DB;

— lorsqu'il y a décollement en D, l'effet d'aspiration vers le haut provenant de la présence de vitesses verticales ascendantes, ou l'effet d'injection provenant du facteur $\frac{du}{dx}$ (les deux effets n'étant que des explications différentes du même phénomène) transforme, dans les expériences de colorimétrie, la couche limite laminaire en une corne qui vient mourir dans le fluide sain et peut introduire une turbulence partielle dans celui-ci (gradient de vitesse important);

— ce phénomène et la rapidité de croissance de $\delta = k\sqrt{\nu\left(\tau \pm \frac{\pi}{2}\right)}$ pour $\tau \pm \frac{\pi}{2}$, justifient l'hypothèse faite au début de ce raisonnement de la naissance d'une nouvelle couche limite à chaque renverse de sens du courant;

— si l'on observe une couche limite en un point fixe (coordonnées d'Euler) et non en suivant une particule donnée, on observera une pulsation de la couche limite; on aura l'impression que « la couche limite respire ».

3° Conclusions pratiques.

Les observations sur la zone marginale que nous avons effectuées dans le canal à houles du L.C.H.F., et que nous avons exposées dans leur ensemble, au chapitre préliminaire, corroborent les conséquences de l'explication schématique précédente, et justifient *a posteriori* les postulats de départ.

Parmi les faits expérimentaux importants qui permettent de justifier physiquement *a posteriori* les considérations précédentes, il faut citer :

— le mouvement moyen dans le sens de propagation de la houle du front coloré de fluide marginal;

— l'identité du mouvement propre — par rapport au fluide sain — du fluide de la zone marginale, et, en particulier, l'effet de respiration de la zone intensément colorée;

— les décollements constatés sous forme de cornes, essentiellement à l'extrémité amont du mouvement.

Il importe de remarquer que les phénomènes mis en évidence au cours de l'étude de la couche limite constituent des lois fondamentales des mouvements progressifs périodiques.

Suivant une remarque que nous devons à M. l'Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées Larras, les vitesses moyennes d'entraînement du fluide sain dépendent essentiellement des conditions aux limites et peuvent être modifiées, d'un point de vue mathématique, par l'introduction d'une distribution quelconque de rotationnels, d'un point de vue physique par la modification des conditions aux limites. Il importe donc de bien préciser les conditions dans lesquelles les lois énoncées en ce qui concerne les courants de masse sont valables.

A la suite de nos études, on peut affirmer que le phénomène de la couche limite dans les mouvements progressifs introduit dans le mouvement du fluide sain un rotationnel de fond, tel que la vitesse moyenne près de la couche limite soit égale à environ 0,63 de la vitesse moyenne de la couche limite, vitesse qui constitue une caractéristique fondamentale de la propagation du mouvement.

Nous précisons d'ailleurs, à ce point de vue, que le courant moyen que nous avons observé près du fond, dirigé dans le sens de propagation de la houle, correspond aux conditions particulières d'un mouvement cylindrique dans un canal, c'est-à-dire pour lesquelles les champs des vitesses moyennes aux extrémités sont identiquement nuls. Le résultat recoupe d'ailleurs les calculs de Longet-Heggins et on peut en déduire que les calculs de cet auteur sont valables pour ce cas particulier [18].

Mais, par contre, en ce qui concerne la dissymétrie de la couche limite, les émissions de turbulence, le phénomène de décollement, et le mouvement moyen de la couche limite dans le sens de propagation de la houle, il s'agit là de phénomènes fondamentaux liés à la progressivité des ondes et qui constituent des lois générales du mouvement. Les conséquences que l'on peut en tirer, tant en ce qui concerne l'évolution ou l'amortissement des houles que les possi-

bilités de transport de sable (voir chapitre IV), peuvent donc être considérées comme des explications générales de l'influence de ces mouvements, quelles que soient les conditions aux limites.

III. RECHERCHE DES ÉQUATIONS DE LA COUCHE LIMITE

1° Définition mathématique de la couche limite.

Par analogie avec le cas de la plaque mince, nous pourrions définir la frontière de la couche limite des houles par la condition que les vitesses propres des particules soient égales aux 9/10 ou aux 99/100 — suivant la précision des mesures — de la vitesse théorique du mouvement du fluide sain.

Précisons, dès maintenant, que les procédés de mesures (chronophotographie, cinématographie ou colorimétrie) utilisés en hydrodynamique, ne permettent pas d'obtenir les vitesses avec une meilleure approximation que le 1/10. Pratiquement, c'est par la mesure du grand axe de l'orbite que l'on peut déterminer si l'influence du fond est sensible ou non.

Cependant, comme nous l'avons déjà exposé, la zone marginale, dans le cas des houles, a des propriétés bien caractéristiques, qui permettent de la dissocier, en pratique, relativement aisément du fluide sain.

Il semble qu'il soit possible, à partir des théories mathématiques, de donner une définition théorique de la couche limite, dans le cas des mouvements progressifs périodiques, qui s'accorde mieux avec l'expérience que la définition ci-dessus. En effet, la recherche d'une expression de la vitesse dans la couche limite satisfaisant aux équations de NAVIER-STOKES, dans le cas de mouvements périodiques, permet de définir une épaisseur $(bt - ax)$ pour laquelle la vitesse, à la frontière de la couche limite, est identiquement égale à la *vitesse dans le fluide sain.*

On peut convenir de définir l'épaisseur de la couche limite par la valeur de cette dimension δ. Les calculs conduisent ainsi à définir une couche limite d'épaisseur variable au cours du mouvement, phénomène qui se trouve confirmé par les observations que nous avons pu effectuer.

L'hypothèse d'approximation contenue dans cette définition concerne, non la vitesse, mais la dérivée de la vitesse $\frac{du}{dy}$. En effet, cette dérivée n'aura pas la même valeur de part et d'autre de la frontière de la couche limite. On doit supposer que cette discontinuité n'existe pas en nature, mais qu'il se produit, sur une épaisseur relativement faible, un raccordement entre les deux courbes théoriques. L'erreur entre la définition théorique et une définition pratique admettant la continuité de dérivées de la vitesse, est, en fait, très inférieure aux erreurs de mesures, et, par conséquent, tout aussi valable du point de vue expérimental que si définition de la couche limite précédemment proposée. Ainsi que nous le verrons par la suite, cette définition a pour avantage essentiel de donner une explication de certains phénomènes caractéristiques que nous avons observés, dans les zones marginales des mouvements progressifs périodiques, et que ne peut pas fournir l'autre définition.

2° Principe de détermination des équations de la couche limite laminaire au contact du fond.

Une première méthode permettant d'aborder la détermination des équations de la couche limite laminaire au contact du fond, satisfaisant à l'équation de NAVIER-STOKES, consiste à suivre le mode de raisonnement précédemment utilisé pour la détermination des différents termes en h des équations de la houle.

Les expressions les plus générales des composantes de la vitesse des particules du fluide sain, en coordonnées d'EULER, s'écrivent :

$$\begin{aligned} U &= U_1 h + U_2 h^2 + U_3 h^3 + \ldots + U_i h^i \\ V &= V_1 h + V_2 h^1 + V_3 h^3 + \ldots + V_j h^j \end{aligned} \qquad (2,7)$$

les U_i et V_i étant des fonctions des variables x, y, t, et des paramètres du mouvement du fluide sain H, et 2L ou 2T.

Nous pouvons, de même, écrire, d'une façon très générale, les composantes de la vitesse des particules dans la couche limite, sous la forme :

$$\begin{aligned} u &= \overline{u_1}\,(hP_1 + h^2P_2 + \ldots) \qquad \overline{u_1} = \frac{b}{\operatorname{sh} a\mathrm{H}} \\ v &= \overline{v_1}\,(hQ_1 + h^2Q_2 + \ldots) \qquad \overline{v_1} = \frac{ba}{\operatorname{sh} a\mathrm{H}} \end{aligned} \qquad (2,8)$$

u_1 et v_1 représentant les valeurs maximums [1] de U_1 et V_1 à la frontière de la couche limite, et les P_i et Q_j dépendant des variables x, y, t, et des paramètres H, et 2 L ou 2 T.

Suivant la méthode proposée par Karl POLHAUSEN, pour l'étude de la couche limite en mouvement permanent, les quantités P_i et Q_j peuvent, en supposant que l'épaisseur de la couche limite δ soit une fonction continue des variables x et t, se développer en séries entières en $\frac{y'}{\delta}$ ou $1 - \frac{y'}{\delta}$, suivant l'une des formes suivantes :

$$\begin{aligned} P_i &= \sum_{\alpha=0}^{\infty} p_\alpha^i \left(1 - \frac{y'}{\delta}\right)^\alpha \\ Q_j &= \sum_{\beta=0}^{\infty} q_\beta^j \left(1 - \frac{y'}{\delta}\right)^\beta \end{aligned} \qquad (2,9)$$

[1] Valeurs maximums obtenues en posant : ch $a\,\delta = 1$ et Sh $a\,\delta = a\,\delta$, c'est-à-dire en considérant $a\,\delta$ comme infiniment petit vis-à-vis de h. En effet, δ (épaisseur de la couche limite) est faible vis-à-vis de h, et L (demi-longueur d'onde) est grand vis-à-vis de h, ce qui autorise le développement 2,8 limité en fonction de h. Le terme $a\delta = \pi \frac{\delta}{\mathrm{L}}$ est donc un infiniment petit du second ordre par rapport à h.

ou :

$$(2,10)\qquad P_i = \sum_{\alpha=0}^{\infty} r_\alpha^i \left(\frac{y'}{\delta}\right)^\alpha$$

$$Q_j = \sum_{\beta=0}^{\infty} s_\beta^j \left(\frac{y'}{\delta}\right)^\beta$$

en posant $y' = H - y$ [1] ; les coefficients p_α^i, q_β^j, r_α^i et s_β^j ne dépendent plus que de x et t.

On pourra, de même, poser pour la pression :

$$(2,11)\qquad \frac{P}{\rho g} = H - y' + h\frac{\operatorname{ch} ay'}{\operatorname{ch} aH}\cdot\cos(bt - ax) + \frac{1}{\operatorname{ch} aH}\,h\Phi_1 + h^2\Phi_2 + \ldots)$$

les Φ_k se développant sous l'une des formes suivantes :

$$(2,11,1)\qquad \Phi_k = \sum_{\gamma=0}^{\infty} \varphi_\gamma^k \left(1 - \frac{y'}{\delta}\right)^\gamma$$

ou :

$$(2,11,2)\qquad \Phi_k = \sum_{\gamma=0}^{\infty} t_\gamma^k \left(\frac{y'}{\delta}\right)^\gamma.$$

Les différents termes intervenant dans ces expressions sont théoriquement déterminés en appliquant les équations de NAVIER-STOKES successivement aux termes en h du premier ordre, du second ordre, etc.

3° Schéma de résolution des équations de la couche limite au premier ordre d'approximation en h.

Pratiquement, la résolution des équations générales suivant le principe exposé plus haut, à un ordre d'approximation quelconque en h, ne semble pas possible. Par contre, le calcul des termes du premier ordre en h (c'est-à-dire hP_1, hQ_1 et hQ_1) permet quelques simplifications.

En effet, les termes de la forme $u\,\dfrac{\partial u}{\partial x}$ figurant dans les équations de NAVIER-STOKES, introduisent des termes en h^2 et n'interviennent donc pas dans les calculs de P_1 et Q_1.

D'autre part, dans tous les calculs qui suivront, ainsi qu'il en est dans le cas de la plaque plane, les termes de viscosité n'interviennent que par les

[1] Il importe d'introduire le signe — dans v_1 pour tenir compte du changement d'orientation de l'axe des y, corrélatif, du changement de variable $y' = H - y$.

dérivées secondes des composantes de la vitesse par rapport à y : $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ et $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$ et non pas par les dérivées secondes par rapport à x : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ ainsi qu'on peut le voir aisément par des considérations d'infiniment petits, le rapport des deux termes étant de l'ordre de $(a\,\delta)^2$, c'est-à-dire un infiniment petit d'ordre 4 par rapport à h.

Les équations de la couche limite, en ce qui concerne les termes du premier ordre en h, se réduisent donc aux équations suivantes :

a. *Équation de* NAVIER-STOKES

(2, 12)
$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y'^2}$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y'} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial y'^2}.$$

b. *Équation de continuité*

(2, 12, 3)
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y'} = 0.$$

Nous introduirons, dans le développement des calculs, les notations suivantes :

$$\Delta = \frac{1}{\delta}\frac{\partial \delta}{\partial \tau} \qquad k = \frac{b\delta^2}{\nu}$$

ainsi que les variables réduites :

$$\bar{y} = \sqrt{\frac{\bar{b}}{\nu}}\, y' \qquad \bar{\delta} = \sqrt{\frac{b}{\nu}}\, \delta = \sqrt{k}.$$

Nous supposerons, de plus, que les p_α^i, q_β^j et φ_j^n, qui sont des fonctions de x et t sont, en fait, uniquement fonction de la variable $bt - ax = \tau$, de façon à tenir compte de la double périodicité des éléments cinématiques du mouvement progressif périodique.

Pour procéder au développement des équations générales ci-dessus, il est commode de poser, *a priori* :

(2, 13)
$$P_1 = \cos\tau + p_1\left(1 - \frac{y'}{\delta}\right) + \dots$$
$$Q_1 = \sin\tau + q_i\left(1 - \frac{y'}{\delta}\right) + \dots$$
$$\Phi_1 = \varphi_1\left(1 - \frac{y'}{\delta}\right) + \varphi_2\left(1 - \frac{y'}{\delta}\right)^2 + \dots$$

Pour $y' = \delta$, on retrouve ainsi les valeurs des composantes de la vitesse, et de la pression, dans le fluide sain.

En écrivant que les vitesses sont nulles à la paroi $y' = 0$ on s'impose les conditions :

$$\text{(2, 14)} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} p_n = -\cos\tau \qquad \sum_{n=1}^{\infty} q_n = -\sin\tau.$$

Par identification des termes en $\left(1 - \frac{y_1}{\delta}\right)^n$ dans les équations (2,12) on obtient les groupes d'équations suivants :

1° *Équation de continuité* (2,12,3)

$$\text{(2, 15)} \qquad \begin{gathered} \Delta p_1 = q_1 + \sin\tau \\ \frac{dp_1}{d\tau} - \Delta p_1 + 2\Delta p_2 = 2q_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{dp_n}{d\tau} - n\Delta p_n + (n+1)\,\Delta p_{n+1} = (n+1)\,q_{n+1}. \end{gathered}$$

2° *Équation de* Stokes *en* u (2,12,1)

$$\text{(2, 16)} \qquad \begin{gathered} \Delta p_1 - \frac{1\cdot 2}{k} p_2 = \Delta\varphi_1 \\ \frac{dp_1}{d\tau} - \Delta p_1 + 2\Delta p_2 - \frac{2\cdot 3}{k} p_3 = \frac{d\varphi_1}{d\tau} - \Delta\varphi_1 + 2\Delta\varphi_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{dp_n}{d\tau} - n\Delta p_n + (n+1)\,\Delta p_{n+1} - \frac{(n+1)(n+2)}{k} p_{n+2} = \frac{d\varphi_n}{d\tau} - n\Delta\varphi_n + (n+1)\,\Delta\varphi_{n+1}. \end{gathered}$$

3° *Équation de* Stokes *en* v (2,12,2)

$$\text{(2, 17)} \qquad \begin{gathered} \Delta q_1 - \frac{1\cdot 2}{k} q_2 = \frac{\varphi_1}{(a\delta)^2} - \cos\tau\left(2 + \frac{(a\delta)^2}{3} + \cdots\right) \\ \frac{dq_1}{d\tau} - \Delta q_1 + 2\Delta q_2 - \frac{2\cdot 3 q_3}{k} = \frac{2\varphi_2}{(a\delta)^2} + \cos\tau\left(1 + 3\,\frac{(a\delta)^2}{3!} + \cdots\right) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{gathered}$$

et en négligeant les termes d'ordre 2 et plus, on a :

$$\frac{dq_n}{d\tau} - n\Delta q_n + (n+1)\,\Delta q_{n+1} - \frac{(n+1)(n+2)}{k} q_{n+2} = -\frac{(n+1)\varphi_{n+1}}{(a\delta)^2}.$$

Les équations du groupe (2,17) montrent que les φ_n sont des infiniment petits par rapport aux q_n, avec :

$$\varphi_n \simeq (a\delta)^2 q_n.$$

Les équations du groupe (2,15) montrent que les q_n sont du même ordre de grandeur que les p_n.

Il en résulte, à partir des équations du groupe (2,17) que les φ_n sont des infiniment petits par rapport aux p_n avec :

$$\varphi_n \simeq p_n (a\delta)^2$$

et peuvent donc être négligés dans les équations (2,16).

En tenant compte des remarques qui précèdent, les systèmes d'équations différentielles qui définissent le mouvement dans la couche limite, au premier ordre d'approximation en h, se réduisent de la façon suivante :

$$\Delta p_1 - q_1 = \sin \tau$$

. . . . . .

$$\frac{dp_n}{d\tau} - n\Delta p_n + (n+1)\,\Delta p_{n+1} - (n+1)\,q_{n+1} = 0 \qquad (2,18)$$

$$\Delta p_1 - \frac{1\cdot 2}{k} p_2 = 0$$

. . . . . .

$$\frac{dp_n}{d\tau} - n\Delta p_n + (n+1)\,\Delta p_{n+1} - \frac{(n+1)(n+2)}{k} p_{n+2} = 0 \qquad (2,19)$$

$$\Delta q_1 - \frac{1\cdot 2}{k} q_2 = -\frac{\varphi_1}{(a\delta)^2} - 2\cos\tau$$

. . . . . .

$$\frac{dq_n}{d\tau} = n\Delta q_n - (n+1)\,q_{n+1} + \frac{(n+1)(n+2)}{k} q_{n+2} + \frac{(n+1)\varphi n+1}{(a\delta)^2}. \qquad (2,20)$$

On peut déterminer tous les p_n en fonction de p_1 et δ par les équations de NAVIER-STOKES *en u* [équations de groupe (2,19)].

On peut déterminer tous les q_n en fonction des p_n donc en fonction de p_1 et δ, par les équations du groupe (2,18).

On peut déterminer les φ_n à partir des équations du groupe (2,20) en fonction des q_n et δ, donc en fonction de p_1 et δ.

Les conditions aux limites (nullité de la vitesse à la paroi) fournissent deux équations supplémentaires devant théoriquement permettre la détermination de p_1 et δ.

Ayant démontré que les q_i et φ_i pouvaient théoriquement être déterminés à partir de la connaissance des p_i, et par suite de la connaissance de p_1 et δ, il est intéressant de mettre en évidence les relations que vérifient ces pi. A partir de la formule de récurrence :

$$\frac{1}{k}\sum_{1}^{\infty} A_n^{s-1} p_n = \frac{\partial}{\partial t}\sum A_n^{s-1} p_n - (s-1)\frac{\delta'}{\delta}\sum A_n^{s-1} p_n \qquad (2,21)$$

on trouve successivement les relations suivantes :

$$\sum p_n = -\cos\tau$$

$$\sum n p_n = p_1$$

$$\sum n(n-1)\,p_n = k\sin\tau = \sum A_n^2 p_n$$

$$\sum n(n-1)(n-2)\,p_n = k\delta\left(\frac{p_1}{\delta}\right)' = \sum A_n^3 p_n \qquad (2,22)$$

$$\sum n(n-1)(n-2)(n-3)\,p_n = k^2\cos\tau = \sum A_n^4 p_n$$

$$\sum n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\,p_n = k^2\delta\left(\frac{p_1}{\delta}\right)'' = \sum A_n^5 p_n$$

. . . . . .

dont l'expression générale se présente sous l'une des deux formes suivantes :

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n^m p_n = -\frac{b^\alpha \delta^{2\alpha}}{v^\alpha}\cos\left(\tau - \frac{\alpha\pi}{2}\right) \qquad \text{si} \quad m = 2\alpha$$

$$(2,23)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n^m p_n = \frac{b^\beta \delta^{2\beta+1}}{v^\beta}\left(\frac{p_1}{\delta}\right)^\beta \qquad \text{si} \quad m = 2\beta+1$$

α et β étant des entiers positifs ou nuls.

Remarquons, enfin, qu'aux deux frontières de la couche limite, les valeurs de la dérivée première et de la dérivée seconde sont les suivantes :

$$(2,24) \qquad \frac{1}{u_{\delta M}}\left(\frac{\partial u}{\partial y'}\right)_{y'=0} = -\frac{1}{\delta}\sum n p_n = -\frac{p_1}{\delta} \qquad \frac{1}{u_{\delta M}}\left(\frac{\partial u}{\partial y'}\right)_{y'=\delta} = -\frac{p_1}{\delta}\ ^{(1)}$$

$$\frac{1}{u_{\delta M}}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y'^2}\right)_{y'=0} = \frac{1}{\delta}\sum n(n-1)\,p_n = \frac{b}{v} - \sin\tau \qquad \frac{1}{u_{\delta M}}\left(\frac{-\partial^2 u}{\partial y'^2}\right)_{y'=\delta} = \frac{b\delta'}{v\delta} - p_1.$$

4° Recherche d'une solution des équations de couche limite.

Le système d'équations reliant les p_i au moyen des expressions de $\sum A_i^j p_i$ (avec $i = 1,2 \ldots n$, $j = 0,1,2 \ldots n$) ne permet pas de donner, d'une façon immédiate, l'expression des p_i en fonction de δ et de p_1.

(1) Les résultats concrétisés par les relations (2,24) mettent en évidence le sens physique de l'hypothèse que nous avons émise, pour définir la couche limite. La zone marginale ainsi définie, est constituée par un milieu fluide doué de viscosité, et laminé par un frottement provenant du fluide sain, et par le frottement sur le fond. A chaque instant, les valeurs du frottement, de part et d'autre de cette zone, sont égales au droit de chaque verticale.

Par contre, les quantités $A_i^j p_i$ que l'on connaît en fonction de δ et les dérivées successives de (p_1/δ) s'introduisent lorsque l'on développe la vitesse sous la forme :

$$u = u_{\delta M} \sum r_n \left(\frac{y'}{\delta}\right)^n.$$

En identifiant, en effet, successivement les coefficients des termes en $\left(\frac{y'}{\delta}\right)^n$ dans les deux développements, on a :

$$\frac{u}{u_{\delta M}} = \sum r_n \left(\frac{y'}{\delta}\right)^n$$

$$\frac{u}{u_{\delta M}} = \cos\tau + \sum p_n \left(1 - \frac{y'}{\delta}\right)^n.$$

on peut mettre en évidence les relations suivantes :

$$r_N = (-1)^N \sum_{n=N}^{\infty} C_n^N p_n$$

$$p_M = -1)^M \sum_{m=M}^{\infty} C_m^M r_m$$

L'expression de la vitesse devient alors :

(2, 25) $$\frac{u}{u_{\delta M}} = \sum_{n\ 1}^{\infty} r_n \left(\frac{y'}{\delta}\right)^n = \left(\sum_{N=1} \sum_{n=N} C_n^N p_n\right) \left(\frac{y'}{\delta}\right)^N$$

ou, en remarquant que :

$$C_n^N = \frac{A_n^N}{N!}$$

(2, 26) $$\frac{u}{u_{\delta M}} = -\delta \sum_{n\ 0}^{\infty} \frac{k^n}{(2n+1)!} \left(\frac{p_1}{\delta}\right) \left(\frac{y'}{\delta}\right)^{2n+1}$$

$$+ \sin\tau \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{k^{2n+1}}{(4n+2)!} \left(\frac{y'}{\delta}\right)^{4n+2}$$

$$+ \cos\tau \sum_{n\ 0}^{\infty} (-1)^n \frac{k^{2n}}{(4n)!} \left(\frac{y'}{\delta}\right)^{4n}.$$

Pour simplifier l'écriture, utilisons les identités suivantes :

$$\sqrt{x} = 1 \quad \frac{x^2}{4!} + \frac{x^3}{8!} \ldots = \cos \sqrt{\frac{x}{2}} \cdot \operatorname{ch} \sqrt{\frac{x}{2}}$$

$$B(x) = x - \frac{x^5}{5!} + \frac{x^9}{9!} \dots = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{x}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{sh} \frac{x}{\sqrt{2}} + \sin \frac{x}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{\sqrt{2}} \right)$$

$$C(x) = \frac{x^2}{2!} - \frac{x^6}{6!} \dots = \sin \frac{x}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{sh} \frac{x}{\sqrt{2}}$$

$$D(x) = \frac{x^3}{3!} - \frac{x^7}{7!} + \dots = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sin \frac{x}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{\sqrt{2}} - \cos \frac{x}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{sh} \frac{x}{\sqrt{2}} \right)$$

de sorte que l'expression de la vitesse peut être mise sous la forme :

$$(2, 27) \qquad \frac{u}{u_{\delta M}} = \cos \tau + C(\bar{y}) \sin \tau - A(\bar{y}) \cos \tau - \frac{\bar{y}}{1!} \left(\frac{p_1}{\delta} \right) + \frac{\bar{y}^3}{3!} \left(\frac{p_1}{\delta} \right)' + \dots$$

En écrivant que $U = u_{\delta M} \cos \tau$ à la frontière de la couche limite, soit pour $\bar{y} = \bar{\delta} \sqrt{\frac{b}{\nu}} \delta$, on obtient la première relation entre δ et les dérivées successives de $\frac{p_1}{\delta}$.

$$(2, 28) \qquad C(\bar{\delta}) \sin \tau - A(\bar{\delta}) \cos \tau = \frac{\bar{\delta}}{1!} \left(\frac{p'}{\delta} \right) + \frac{\bar{\delta}^3}{3!} \left(\frac{p_1}{\delta} \right)' + \dots$$

Une seconde relation est fournie par les équations du groupe (2,19); leur sommation, après division de chacune d'elles par $(n - 1)$, conduit à l'équation différentielle :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{p'_n + \frac{\delta'}{\delta} p_n}{n+1} = 0$$

soit :

$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{\left(\sum \frac{P_n}{n+1} \right)'}{\sum \frac{P_n}{n+1}}$$

dont l'intégration est immédiate :

$$\frac{K'}{\delta} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n+1}.$$

En décrivant cette dernière somme sous la forme :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n+1} = \int_0^1 \left(p_n (1 - Z)^n \right) dZ$$

et en tenant compte de l'expression de la vitesse dans la couche limite :

$$\frac{u}{u_{\delta M}} = \cos \tau + \sum_{n=1}^{\infty} p_n \left(1 - \frac{y'}{\delta} \right)^n$$

l'intégrale s'écrivant alors :

$$\int_0^1 \left(\frac{u\left(\frac{y'}{\delta}\right)}{u_{\delta M}} - \cos\tau \right) d\left(\frac{y'}{\delta}\right)$$

il est aisé de déterminer $\sum \frac{p_n}{n+1}$ en fonction de $\frac{y'}{\delta}$.

En écrivant la relation obtenue en faisant $y' = \delta$ la deuxième relation liant δ et les dérivées successives de $\frac{p_1}{\delta}$, devient, tous calculs faits :

$$(2,29) \qquad K + D(\overline{\delta})\sin\tau - B(\overline{\delta})\cos\tau = \frac{\overline{\delta}^2}{2!}\left(\frac{p_1}{\delta}\right) + \frac{\overline{\delta}^4}{4!}\left(\frac{p_1}{\delta}\right)' + \dots$$

D'un point de vue formel, ces équations permettent de déterminer parfaitement le profil des vitesses dans la couche limite ainsi que l'épaisseur de cette dernière.

Ceci permet d'affirmer que les considérations précédemment exposées, concernant la délimitation de la couche limite et l'utilisation, d'une part, des équations de NAVIER-STOKES, dans la zone marginale et, d'autre part, des équations classiques du fluide sain en dehors de cette zone, peut permettre de rendre compte des phénomènes de la zone marginale.

L'ensemble des deux équations (2,28 et 2,29) peut d'ailleurs être remplacé par une d'entre elles, et l'équation ci-dessus obtenue, par dérivation de (2,29) :

$$(2,30) \qquad D(\overline{\delta})\cos\tau + B(\overline{\delta})\sin\tau = \frac{\delta^2}{2!}\left(\frac{p_1}{\delta}\right) + \frac{\delta^4}{4!}\left(\frac{p_1}{\delta}\right)'' + \dots$$

La forme sous laquelle se présentent ces diverses équations suggère d'exprimer la variable p_1/δ en fonction d'une somme des lignes trigonométriques de multiples de τ. Nous serions amenés à poser :

$$\frac{p_1}{\delta} = \sum \alpha_n \cos n\tau + \beta_n \sin n\tau.$$

Remarquons que les développements des équations classiques de la houle, au deuxième ordre près, introduisent dans les équations de la vitesse des termes en cos 2 et sin 2. Le développement que nous trouvons donc, introduirait dans la couche limite, des mouvements comparables aux harmoniques, qui s'introduisent dans la houle avec les termes du second ordre en h.

L'expression de la vitesse obtenue à partir de cette définition serait :

$$(2,31) \qquad \frac{u}{u_{\delta M}} = C(\overline{\gamma})\sin\tau + \left(1 - A(\overline{\gamma})\cos\tau + \sum \left(\alpha_n B(\sqrt{n}\,\overline{\gamma}) + \beta_n D(\sqrt{n}\,\overline{\gamma})\right)\right.$$

$$\left. \frac{\cos n\tau}{\sqrt{n}} + \sum \left(\beta_n B(\sqrt{n}\,\overline{\gamma}) - \alpha_n D(\sqrt{n}\,\overline{\gamma})\right)\frac{\sin n\tau}{\sqrt{n}}\right)$$

et les deux équations permettant de déterminer δ et les coefficients de p_1/ε seraient les suivantes :

$$(2,32)\qquad C\,\bar{\delta}\sin\tau - A(\bar{\delta})\cos\tau = \sum \frac{\alpha_n}{\sqrt{n}}\cos n\tau\, B\left(\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{n}}\right) + \frac{\beta_n}{\sqrt{n}}\sin n\tau\, B\left(\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{n}}\right) - \frac{\alpha_n}{\sqrt{n}}\sin n\tau\, D\left(\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{n}}\right) + \frac{\beta_n}{\sqrt{n}}\cos n\tau\, D\left(\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{n}}\right).$$

$$(2,33)\qquad K + D(\bar{\delta})\sin\tau - B(\bar{\delta})\cos\tau = \sum \frac{\alpha_n}{n}\cos n\tau\, C\left(\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{n}}\right) + \frac{\beta_n}{n}\sin n\tau\, C\left(\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{n}}\right) - \frac{\alpha_n}{n}\sin n\tau\left(1 - A\left(\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{n}}\right)\right) + \frac{\beta_n}{n}\cos n\tau\left(1 - A\left(\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{n}}\right)\right).$$

Conclusions.

Aux termes de ce calcul, on peut énoncer les conclusions suivantes :

1° Les fonctions δ et $\frac{u}{u_\delta}$ peuvent être définies de façon univoque à partir des hypothèses ci-dessus précisées, concernant la définition de la couche limite;

2° Le développement des calculs exige l'introduction des termes en $n\tau$ dans le développement de $\frac{p_1}{\delta}$, c'est-à-dire des harmoniques du mouvement. Or, nous avons négligé dans les conditions aux limites du fluide sain, les termes d'ordre 2 ou supérieurs en h, qui contiennent précisément les harmoniques du mouvement;

3° Les simplifications admises en ce qui concerne les conditions aux limites, reviennent, ainsi que nous l'avons vu, à négliger l'influence des variations de pression du fluide sain. L'analyse physique que nous avons faite du phénomène semble infirmer cette conclusion;

4° Le développement de δ jusqu'aux termes du premier ordre peut s'écrire, d'après les développements ci-dessus :

$$\delta = k_1\tau\sqrt{\frac{\nu}{b}}$$

5° **Retour à l'équation de NAVIER-STOKES en *u*.**

Les calculs, que nous avons développés ci-dessus, ont montré la possibilité de résoudre les équations de NAVIER-STOKES pour déterminer la répartition des vitesses dans la zone de la couche limite. En fait, l'application pratique s'avère complexe, et devient rapidement très difficile.

L'ensemble des deux équations, en ce qui concerne la détermination de $\frac{u^*}{u_\delta}$ [1] revient, en fait, à résoudre, d'une part, l'équationde NAVIER-STOKES en u qui s'écrit :

$$\frac{\partial u^*}{\partial t} = \frac{1}{\nu} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2}$$

(puisque nous avons démontré que les termes de pression étaient négligeables, par des considérations d'infiniment petits) à laquelle s'ajoutent les conditions aux limites imposées à u et une relation traduisant une condition aux limites supplémentaires introduites par l'équation de continuité à partir des conditions aux limites de v.

L'équation ci-dessus s'écrit sous forme canonique en introduisant les variables réduites : $\tau = bt - ax$ et $\bar{y} = \sqrt{\frac{b}{\nu}}\, y$

$$\frac{\partial u^*}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2}$$

Les calculs, exposés au paragraphe 1 de ce chapitre, de la couche limite des houles, reviennent à considérer comme solution de l'équation ci-dessus la solution :

$$\frac{u}{u_{\delta M}} = \cos \tau + e^{-\frac{\bar{y}}{\sqrt{2}}} \cos\left(\tau - \frac{\bar{y}}{\sqrt{2}}\right)$$

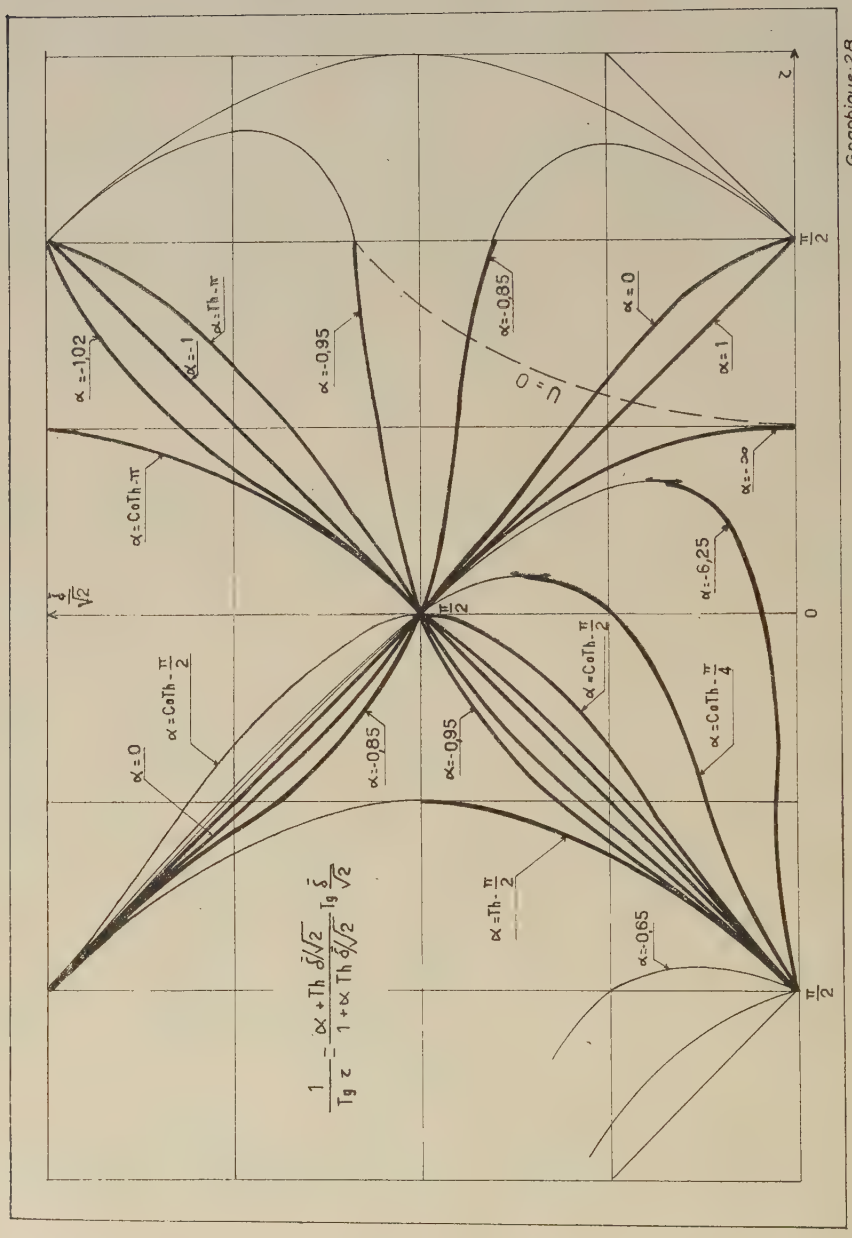
en définissant l'épaisseur de la couche limite comme la zone pour laquelle le facteur $e^{-\frac{\bar{y}}{\sqrt{2}}}$ est supérieur à 1/10 ou 1/100.

En suivant le schéma que nous avons ci-dessus proposé il est intéressant de rechercher une solution de la forme :

(2, 34)
$$\frac{u}{u_{\delta M}} = \cos \tau - \left(\frac{1+\alpha}{2} e^{\frac{\bar{y}}{\sqrt{2}}} \cos\left(\tau + \frac{\bar{y}}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1-\alpha}{2} e^{-\frac{\bar{y}}{\sqrt{2}}} \cos\left(\tau - \frac{\bar{y}}{\sqrt{2}}\right) \right) - \beta \bar{y}$$

mettant en évidence une double action du fond et du fluide sain sur la couche limite. Cette équation vérifie, par ailleurs, la condition aux limites $u = 0$ pour $y = 0$.

[1] En appelant u^* la vitesse complémentaire de la vitesse du fluide sain, telle que u (vitesse dans la couche limite) $= u^* + u_f$ (vitesse du fluide sain).


Graphique 28
z
π/2
0
π/2
δ/√2
π/2
α=-1,02
α=-1
α=Th.-π
α=-0,95
α=-0,85
α=0
α=1
α=-∞
α=CoTh.-π
α=-6,25
α=CoTh.-π/2
α=0
α=-0,85
α=-0,95
α=Th.-π/2
α=CoTh.-π/4
α=-0,65
U=0
1/tg z = -(α+Th δ/√2)/(1+α Th δ/√2) tg δ/√2

L'équation déterminant la frontière de la couche limite à partir de l'équation ci-dessus, s'écrit :

$$(2,35)\quad \frac{1+\alpha}{2} e^{\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}}} \cos\left(\tau + \frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1-\alpha}{2} e^{-\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}}} \cos\left(\tau - \frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}}\right) - \beta\bar{\delta} = 0.$$

Nous avons étudié en détails la solution de cette équation correspondant au cas de $\beta = 0$. L'équation (2,35) s'écrit alors :

$$(2,36)\quad (1+\alpha) e^{\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}}} \cos\left(\tau + \frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}}\right) + (1-\alpha) e^{-\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}}} \cos\left(\tau - \frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

ou

$$\operatorname{cotg} \tau = \operatorname{tg} \frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}} \frac{\alpha + \operatorname{th} \frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}}}{1 + \alpha \operatorname{th} \frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}}}$$

d'où, en posant $\alpha = \operatorname{Th} \varphi$ si $(\alpha) < 1$ et $\alpha = \operatorname{Coth} \psi$ si $|\alpha| > 1$ nous obtenons l'équation générale donnant la relation sous la forme :

$$\operatorname{cotg} \tau = \operatorname{tg} \frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}} \operatorname{th}\left(\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}} + \varphi\right) \qquad \text{si} \quad |\alpha| < 1$$

ou

$$\operatorname{cotg} \tau = \operatorname{tg} \frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}} \operatorname{coth}\left(\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}} + \psi\right) \qquad \text{si} \quad |\alpha| > 1.$$

La figure 2,8 donne les différentes formes de la courbe $\frac{\bar{\delta}}{\sqrt{2}}$ en fonction de τ. obtenue pour différentes valeurs de α.

L'étude de cette solution approchée, qui néglige en particulier d'écrire les conditions aux limites concernant v, est extrêmement instructive [1] : elle permet de déduire certains résultats particulièrement intéressants.

La dérivée de la vitesse à la paroi $\frac{1}{u_{\delta_M}} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}$, qui serait égale à $-\left(\frac{p_1}{\delta}\right)$ s'écrit :

$$\frac{1}{u_{\delta M}} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-p_1}{\delta} = \left(\sqrt{\frac{b}{2\nu}}\,\alpha\right) ((\sin \tau - \cos \tau)).$$

[1] Le schéma mathématique que nous avons esquissé ne présente d'intérêt que dans la mesure où les résultats obtenus permettent de représenter un certain nombre de faits expérimentaux. Il semble que l'hypothèse considérant δ comme un infiniment petit, devant h, et le fait de négliger les termes du second ordre en h^2, limitent la portée des calculs.

Les conditions de nullité de cette expression correspondent au point de décollement, et vérifient l'expression cos τ — sin $\tau = 0$, c'est-à-dire tg $\tau = 1$ $\tau = \frac{\pi}{4} + k\pi$. On vérifie que le point de décollement se situe donc dans la zone de décélération, ainsi que nous l'avions observé au cours des essais.

Dans l'ensemble des courbes $\delta(\tau)$ définies par l'équation (2,36) et représentées sur le graphique (2,8), celles correspondant à :

$$-\coth \pi < \alpha < -\operatorname{th} \frac{\pi}{2}$$

sont particulièrement intéressantes. Elles se rapportent, en effet, à une fonction δ nulle pour $\tau = \frac{\pi}{2} + k\pi$, correspondant à l'hypothèse de l'existence d'une nouvelle couche limite à chaque inversion de sens, et sont des fonctions croissantes de τ.

Les courbes correspondant à :

$$-\coth \pi < \alpha < -\operatorname{th} \pi$$

traduisent bien l'épaisseur de couche limite, que nous avons ci-dessus analysée pour le mouvement retour du fluide, avec accroissement important de l'épaisseur de couche limite à la fin du mouvement retour.

Les courbes correspondant à :

$$-\operatorname{th} \pi < \alpha < -\operatorname{th} \frac{\pi}{2}$$

traduisent bien l'épaisseur de couche limite, que nous avons ci-dessus analysée, pour le mouvement aller du fluide avec accroissement faible de l'épaisseur de la couche limite à la fin du mouvement aller.

Les courbes correspondant à :

$$-\infty < \alpha < -\coth \pi$$

peuvent représenter différents cas de couche limite partiellement turbulente. Elles présentent toutes une dérivée $\frac{\partial \delta}{\delta \tau}$ infinie pour une valeur de τ comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$. Cet accroissement rapide de la valeur de δ traduit une instabilité propre à l'écoulement, correspondant à une émission de turbulence.

Les courbes correspondant à :

$$-\operatorname{th} \frac{\pi}{2} < \alpha < 0$$

traduisent le cas d'une couche limite particulièrement stable (δ décroissant) à la fin du mouvement. Ce cas peut se présenter en particulier, pour un mou-

vement au-dessus d'un fond perméable, correspondant à une aspiration importante de la couche limite (v positif pour $y' = 0$). Ces courbes correspondent d'ailleurs à un décollement de la couche limite au début du mouvement, qui ne peut exister physiquement que par un effet d'injection brutal lié à la perméabilité du massif sous-jacent (v négatif pour $y' = 0$).

Pour l'ensemble de ces solutions, le point de décollement correspond à $\tau = \frac{\pi}{4}$. Le décollement et son phénomène corrélatif d'injection de fluide sous la couche limite, s'effectue — pour les valeurs de α comprises entre $-\coth \pi$ et $-\operatorname{th} \frac{\pi}{2}$, — lorsque τ varie de $\frac{\pi}{4}$ à $\frac{\pi}{2}$. Ce phénomène correspond à l'émission de cornes, que nous avons observées au cours de nos expériences.

La courbe correspondant à $u = 0$, présente au point de décollement, un point d'inflexion à tangente verticale, qui traduit la brutalité du phénomène, bien que, en toute rigueur, un décollement aussi brutal corresponde à une impossibilité physique.

La courbe $u = 0$ rejoint ensuite pour $\tau = \frac{\pi}{2}$ l'extrémité de la couche limite ($y = \delta$). Ce phénomène entraîne comme conséquence, que le décollement relatif, est beaucoup plus important pour les filets fluides situés près du fond que pour les filets fluides situés à la frontière de la couche limite. Nous retrouverons ce phénomène dans les résultats d'expérience au chapitre III.

Remarquons d'autre part que la solution ainsi proposée correspond à un décollement pour chaque demi-période du mouvement. Si nous tenons compte de l'existence d'un mouvement moyen (terme en βy dans **2**,34), la position du point de décollement dépend du signe de β, c'est-à-dire du sens du mouvement moyen par rapport à la vitesse du fluide sain.

Si nous admettons l'existence d'un mouvement moyen dans le sens de propagation de la houle — qui résulte d'ailleurs des variations de δ et de $\frac{u}{u_\delta}$ au cours du mouvement — on doit donc admettre que β est positif au cours du mouvement aller, négatif au cours du mouvement retour.

Pour les mouvements envisagés $\left(-\operatorname{Coth} \pi < \alpha < -\operatorname{Th} \frac{\pi}{2}\right)$ α est négatif, l'existence du mouvement moyen aura donc pour résultat :

— de déplacer vers la fin du mouvement aller le point de décollement $\left(\frac{\beta}{\alpha} + \sin \tau - \cos \tau = 0 \text{ correspond à } \cos \tau < \sin \tau \text{ si } \beta > 0\right)$;

— et de déplacer vers le point de vitesse maximum le point de décollement du mouvement retour $\left(\frac{\beta}{\alpha} + \sin \tau - \cos \tau = 0 \text{ correspond à } \cos \tau > \sin \tau \text{ si } \beta < 0\right)$.

On vérifie donc que la prédominance du décollement, lors du mouvement retour, par rapport au décollement, lors du mouvement aller, est corrélatif du mouvement moyen résultant de translation de la couche limite dans le sens de propagation de la houle.

De plus, la présence du terme $\mathcal{Z}\,\delta$ dans l'équation (**2**,35) a pour effet d'aug-

menter la valeur de δ, si β est négatif (mouvement de retour) et de diminuer la valeur de δ si β est positif (mouvement aller).

Il est intéressant de remarquer également que toutes les courbes du graphique (2,8) passent par le point $\frac{\delta}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2}$ pour $\tau = k\pi + \frac{\pi}{2}$. Nous considérerons cette valeur comme la valeur théorique caractéristique δ_{th} de la couche limite d'une houle de période 2 T.

Nous avons :

$$\frac{\delta_{\text{th}}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2} = \sqrt{\frac{b}{2\nu}} \cdot \delta_{\text{th}}$$

d'où :

$$\delta_{\text{th}} = \sqrt{\frac{\nu}{b}} \frac{\pi}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \sqrt{\nu \text{T}}.$$

C'est la valeur $\delta_{th} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\nu\, \text{T}}$ que nous adopterons dans le chapitre III, pour caractériser les résultats expérimentaux.

Remarquons que cette valeur de δ_{th} est théoriquement atteinte pour un temps : $t = \frac{\text{T}}{2}$

d'où

$$\delta_{\text{th}} = \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\nu \frac{\text{T}}{2}} = \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\nu t}.$$

Dans ce cas, le coefficient de BLASIUS de la couche limite (voir relation 2,4) n'est plus égal à 4,92 mais à 1,80.

CHAPITRE III

PRÉSENTATION ET DISCUSSIONS DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Dans le présent chapitre, nous essaierons de formuler des énoncés aussi généraux que possible en ce qui concerne les différents phénomènes observés au cours de l'étude expérimentale de la houle monopériodique de laboratoire, phénomènes dont nous avons déjà donné un tableau succinct dans l'exposé préliminaire de ce texte.

Les résultats obtenus au cours de cette étude systématique seront présentés sous forme de tableaux d'ensemble, chaque point porté sur ces tableaux représentant le résultat d'une expérience.

L'interprétation des résultats d'expérience consistera essentiellement à mettre en évidence les facteurs influençant les principaux phénomènes, ainsi que les caractéristiques de ces phénomènes. En fait, ainsi que nous l'avons indiqué dans l'exposé préliminaire, la distinction entre les différentes catégories de phénomènes n'est pas toujours nettement tranchée, de sorte que nous devrons faire intervenir, dans certains cas, la notion de probabilité de présence d'un phénomène [1].

Les auteurs qui ont traité de la stabilité des mouvements périodiques (en particulier MM. Miche, Biesel, Huon Li) ont introduit, pour caractériser les écoulements, différents nombres de Reynolds.

On peut tout d'abord introduire, par assimilation au cas d'un écoulement en conduites ou en canaux, un nombre de Reynolds global faisant intervenir comme longueur caractéristique le rayon hydraulique qui est ici égal à l'épaisseur de la nappe d'eau. Le nombre de Reynolds global que nous écrirons R_1 est proportionnel à $\frac{u_M H}{\nu}$, u_M étant la vitesse maximum dans le fluide.

En ce qui concerne les phénomènes près de la paroi, on considère souvent un nombre de Reynolds marginal faisant intervenir l'épaisseur de la couche

[1] En particulier, nous avons longuement développé l'idée suivant laquelle l'émission de turbulence à la frontière de la couche limite, ou, au contraire, l'observation d'un film parfaitement laminaire, devait être liée à la probabilité d'existence de cet état de choses.

limite δ et la vitesse théorique près de la frontière. Ce nombre de REYNOLDS peut s'écrire :

$$R_2 = \frac{u_{fM}\delta}{\nu}.$$

En remplaçant δ par une grandeur proportionnelle à la valeur moyenne de δ au cours de l'excursion de la particule, c'est-à-dire, $\sqrt{\frac{\nu}{b}}$, ce nombre de REYNOLDS marginal s'écrit $\frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}} \cdot \frac{2h}{\operatorname{sh} aH}$. C'est le nombre de REYNOLDS considéré par HUON LI, pour caractériser ses essais.

Remarquons que le nombre de REYNOLDS que l'on pourrait introduire en considérant l'excursion totale théorique de la particule près du fond et la vitesse maximum théorique au cours de cette excursion, nombre de REYNOLDS qui s'écrirait $\frac{u_{fM}af}{\nu}$, n'est autre que le carré du nombre de REYNOLDS précédemment défini.

D'autre part, l'influence de la rugosité dans l'écoulement peut se caractériser, soit par le nombre de REYNOLDS propre de cette rugosité R_ε, faisant intervenir la vitesse théorique maximum près du fond et qui s'écrit $R_\varepsilon = \frac{u_{fM}\varepsilon}{\nu}$ ou par le paramètre sans dimension caractérisant la valeur de la rugosité par rapport à l'épaisseur de la couche limite, c'est-à-dire :

$$R_3 = \frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}}\varepsilon.$$

Lors du dépouillement de nos essais, il nous a semblé que la structure des paramètres sans dimensions ci-dessus définis n'était pas la plus indiquée pour caractériser d'une façon précise les écoulements considérés.

En particulier, nous avons introduit le groupement $\frac{p^*}{\rho g}$ (p^* représentant la partie variable de la pression) qui a la dimension d'une longueur et qui est définie en un point quelconque du fluide et à un instant quelconque par les seules valeurs caractéristiques de la molécule se trouvant à l'endroit considéré.

Nous avons été amenés à utiliser les trois paramètres X_1, X_2 et X_3 suivants :

$$X_1 = \frac{b^{1,2}}{\nu^{1/2}}\frac{p^*}{\rho g} = \frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}}\frac{2h \operatorname{ch} a(H-y)}{\operatorname{ch} aH}$$

$$X_2^{3/2} = \sqrt{\frac{1}{\nu}\frac{du}{dy}}\frac{2p^*}{\rho g} \qquad \text{d'où}$$

$$X_2 = 2hb\sqrt[3]{\frac{\operatorname{ch}^2 a(H-y)\operatorname{sh} a(H-y)}{\nu g \operatorname{sh}^2 aH \cdot \operatorname{ch} aH}}\cos(bt - ax)$$

$$X_3 = \frac{1}{\nu}\frac{H}{a}\frac{\partial u_M}{\partial y} = \frac{H2hb}{\nu}\frac{\operatorname{sh} a(H-y)}{\operatorname{sh} aH}.$$

Remarquons que le paramètre X_1 ne diffère du nombre de REYNOLDS marginal R_2 que par le remplacement de $sh\ aH$ par $ch\ aH$ au dénominateur. Si ces deux fonctions ont des valeurs voisines pour des houles en « eau profonde », il n'en est pas de même pour des houles en « eau assez profonde » ou en « eau peu profonde ».

La valeur de ces nombres sans dimensions à la frontière de la couche limite, ou, plus exactement, pour une valeur faible de H-y proportionnelle à la valeur moyenne de δ, $H - y \simeq \sqrt{\frac{\nu}{b}}$ s'écrit :

$$X_1^{\delta} = \frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}} \frac{2h}{\operatorname{ch} aH}$$

$$X_2^{\delta} = \frac{2hb^{3/2}}{\nu^{1/6} g^{2/3} \operatorname{sh} aH}$$

$$X_3^{\delta} = \frac{H2hb^{5/2}}{\nu^{1/2} g} \frac{\operatorname{ch} aH}{\operatorname{sh}^2 aH}.$$

Ces différents paramètres permettent de classer les phénomènes observés en fonction de paramètres dimensionnels, introduisant les caractéristiques de la houle (en particulier, le paramètre b) à des puissances différentes par rapport à l'amplitude.

Étant donné que ces différents paramètres nécessitent l'intervention de la viscosité pour leur définition, leur utilisation, peut paraître arbitraire. En fait, elle permet, dans l'état actuel de nos connaissances, de définir des lois qui englobent la totalité des phénomènes connus. Il serait extrêmement souhaitable que des essais systématiques soient effectués avec des valeurs de la viscosité différentes de celle de l'eau, afin de mieux définir le domaine d'applications des paramètres adoptés.

I. COUCHE LIMITE TOTALEMENT TURBULENTE

La distinction entre la couche limite laminaire et la couche limite turbulente devient insuffisante dans le cas des houles; la possibilité d'émissions sporadiques de turbulence et sa diffusion possible dans le fluide sain au-dessus de la couche limite donnent, en effet, aux couches limites de transition des houles, une importance très particulière. Toutefois, il est relativement facile de distinguer un écoulement à prédominance laminaire au voisinage du fond accompagné, ou non, d'émission de bouffées de turbulence, d'un écoulement comportant une couche limite (près du fond) nettement turbulente, c'est-à-dire dans laquelle il est impossible d'observer des filets fluides colorés stables — sauf peut-être sur une très petite épaisseur constituant le sous film laminaire — et à partir de laquelle l'émission de bouffées turbulentes semble pratiquement continue.

1° Étude critique des résultats de HUON LI.

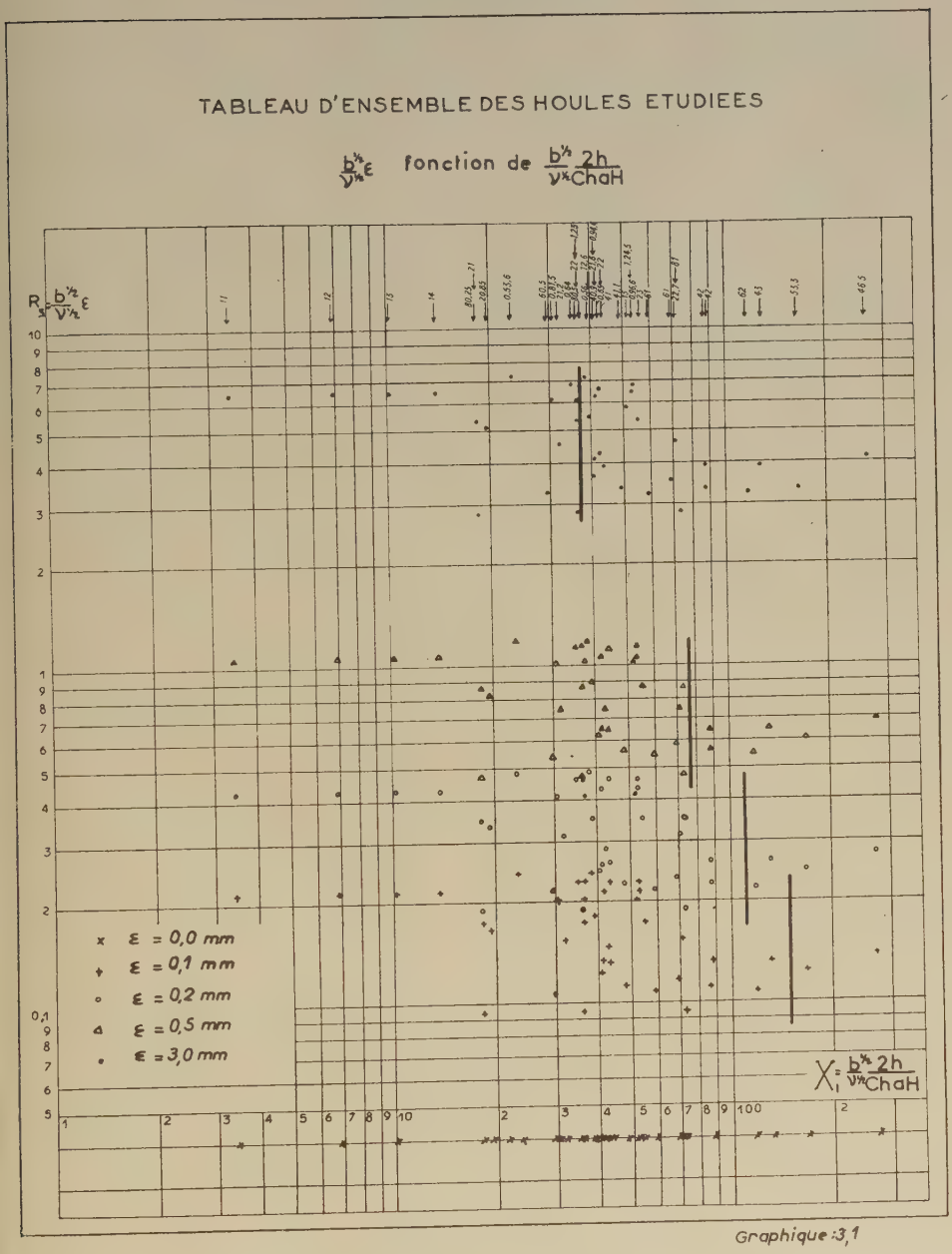
L'existence d'une turbulence généralisée de la couche limite est, à priori, liée aux caractéristiques du mouvement. Dans ses expériences déjà citées, Huon Li se proposait de déterminer un paramètre capable de délimiter le domaine d'existence des couches limites totalement turbulentes; rappelons que, dans ses expériences, Huon Li considérait comme caractéristique de la turbulence, le critère suivant lequel des traînées de fluide coloré, jusque-là parfaitement distinctes, se transformaient brutalement en bouffées irrégulières. Ce critère exigeait donc la turbulence d'ensemble de la zone considérée.

Les résultats des essais de cet auteur ont amené celui-ci à caractériser le passage au régime totalement turbulent, d'un double point de vue. Pour un fond hydrauliquement lisse, le domaine de la laminarité serait borné supérieurement par une valeur du paramètre R_2 — nombre de Reynolds marginal de la houle — égale à 800. Dans le cas d'un fond hydrauliquement rugueux, ce domaine serait limité par une valeur de $R_\varepsilon = \frac{U_{f_M}\varepsilon}{\nu}$ (nombre de Reynolds de rugosité).

Ainsi que nous l'avons exposé précédemment, nous rappelons que les essais de Huon Li concernaient, non des mouvements périodiques progressifs, mais l'oscillation du fond d'une cuve remplie d'une masse d'eau théoriquement immobile. Il était donc important de vérifier si les critères ainsi obtenus, étaient applicables aux houles de laboratoire et, par conséquent, aux houles naturelles, ou si ces résultats devaient faire l'objet de corrections pour tenir compte, d'une part, du mouvement du fluide lui-même, et, d'autre part, de la double périodicité du mouvement dans le temps et dans l'espace.

Nos résultats d'expérience ont permis de montrer que les mouvements à couche limite nettement turbulente sont obtenus, dans le domaine de nos études, pour des nombres de Reynolds marginaux inférieurs à ceux proposés par Huon Li, tout du moins tant que la rugosité est supérieure à 0,1 mm. Dans nos expériences, nous n'avons obtenu de couche limite totalement turbulente sur la plaque de verre, correspondant au fond absolument lisse, que dans un seul de nos essais correspondant à une profondeur assez élevée H = 0,50 m, et un nombre de Reynolds marginal d'environ 600.

Les résultats de l'étude permettent d'affirmer qu'en général les mouvements progressifs périodiques cylindriques auront tendance à engendrer une couche limite totalement turbulente, pour des valeurs du nombre de Reynolds de rugosité R_ε, ou pour des valeurs du nombre de Reynolds marginal R_2 inférieures à celles proposées par Huon Li. Mais, d'autre part, l'étude des nuages de points montre que le paramètre R_2 ne semble pas le plus indiqué pour caractériser la turbulence totale de la couche limite car, dans un large domaine, les zones à couche limite totalement turbulente s'imbriquent avec les zones correspondant aux cas de couche limite laminaire, avec émission partielle de turbulence diffuse.



Graphique :3,1

2° Résultats de nos expériences.

Sur le graphique 3,1, nous avons situé l'ensemble des houles expérimentales pour les différentes rugosités considérées, en portant, en abscisses, le paramètre sans dimensions X_1 précédemment défini, et, en ordonnées, le nombre de REYNOLDS de rugosité R_3. Le paramètre X_1 a été choisi car c'est celui qui nous a donné le meilleur résultat dans le regroupement des phénomènes observés.

Pour chaque caractéristique des houles, pour lesquelles nous avons étudié la stabilité de la couche limite, nous avons représenté par un point les valeurs de ces deux paramètres correspondant à chacune de ces houles. Nous avons également porté, dans le bas du tableau, les valeurs du paramètre X_1 correspondant à l'étude sur la plaque de verre, c'est-à-dire sur le fond parfaitement lisse. Les différentes rugosités étudiées ont été représentées par des signes conventionnels différents.

L'ensemble des expériences représentées par les points de ce tableau est relatif à 5 valeurs différentes de la rugosité 0 mm $\leq \varepsilon \leq$ 3 mm, et à 5 profondeurs d'eau différentes 0,10 m $\leq H \leq$ 0,50 m et à des houles de périodes comprises entre 0,6 et 4,5 secondes.

Sur ce tableau, nous avons repéré les caractéristiques des houles par un nombre de 4 chiffres maximums; les deux premiers chiffres représentent la longueur d'onde 2 L exprimée en mètres, et les deux derniers chiffres la cambrure de la houle. Ainsi, une houle marquée 0,95,6 est une houle de 0,90 m de longueur d'onde et d'une cambrure de 5,6 %. Nous avons allégé cette notation en supprimant une virgule et l'un des chiffres, lorsque la longueur d'onde ou la cambrure correspondait à un nombre entier (ex. : 21,5; 0,96 ou 22 correspondent respectivement à des houles de 2 m, 1,5 %; 0,90 m, 6 %; 2 m, 2 %).

Nos essais ont été poussés jusqu'à des valeurs du paramètre X_1^{δ} de l'ordre de 300. En effet, nous avons obtenu la turbulence de la couche limite des houles avant cette valeur tout du moins d'une façon très générale, pour des rugosités de l'ordre de $\varepsilon = 0{,}1$ mm, et seulement dans un cas pour la plaque de verre infiniment lisse.

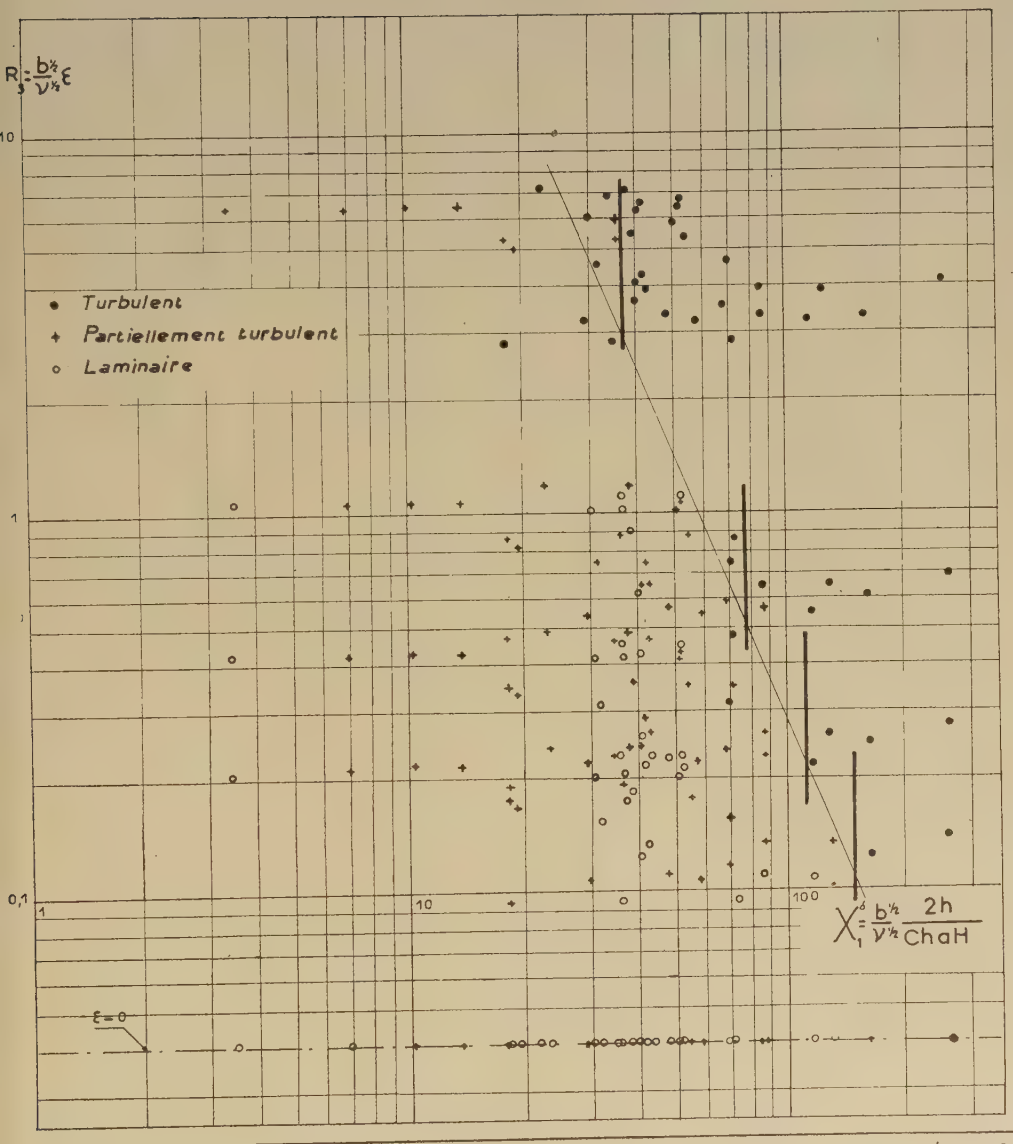
Certes, la méthode expérimentale utilisée, à savoir la méthode colorimétrique est relativement imparfaite. Il serait souhaitable de disposer de méthodes d'investigations plus précises permettant de définir, par des mesures univoques, la turbulence en un point. En l'absence d'une telle méthode, nous avons utilisé la méthode colorimétrique qui est sujette, en ce qui concerne les critères de turbulence adoptés, aux appréciations personnelles et ne constitue pas un étalon parfaitement défini. On est donc obligé d'admettre une certaine dispersion dans les résultats d'expérience.

3° Détermination du domaine des couches limites totalement turbulentes.

Le *graphique 3,2* représente, en fonction des mêmes paramètres que sur

RECHERCHE EXPERIMENTALE
D'UN CRITERE DE TURBULENCE

$\frac{b^{*}}{\nu^{*}}\varepsilon$ fonction de $\frac{b^{*}}{\nu^{*}}\frac{2h}{ChaH}$



Graphique:3,2

le *graphique 3,1*, les résultats obtenus pour les différentes houles étudiées, mais, sur ce graphique, nous avons essentiellement différencié :

— les mouvements à couche limite nettement laminaire;
— les mouvements à couche limite de transition diffusant une turbulence partielle au-dessus de la couche limite;
— les mouvements à couche limite totalement turbulente.

Les points expérimentaux se placent, avec les paramètres adoptés, d'une façon relativement satisfaisante, et les mouvements à couche limite turbulente semblent se séparer nettement des mouvements partiellement turbulents. Par la considération des paramètres ainsi choisis, il semble que, pour chaque valeur de la rugosité, il soit possible de définir une valeur du paramètre X_1, à partir de laquelle la couche limite serait totalement turbulente. Sur le *graphique 3,2* nous avons figuré, pour chaque valeur de la rugosité étudiée, la valeur limite de X_1.

Le résultat expérimental traduit sur le *graphique 3,3* permet de définir la limite de stabilité du mouvement oscillatoire en fonction de la rugosité par la relation :

$$\varepsilon X_1^{2,5} = C^{te}.$$

La valeur de la constante étant égale sensiblement à 2.10^4 si ε est exprimé en millimètres.

Cette définition présente l'inconvénient d'être dimensionnelle.

Nous avons d'ailleurs figuré sur le *tableau 3,2* une ligne qui permettrait de définir, par les paramètres sans dimensions, la région des houles totalement turbulentes de la région des houles partiellement turbulentes; mais on doit reconnaître que cette délimitation est moins satisfaisante, quant aux résultats, que la loi ci-dessus énoncée. Cette droite est définie par la relation non dimensionnelle :

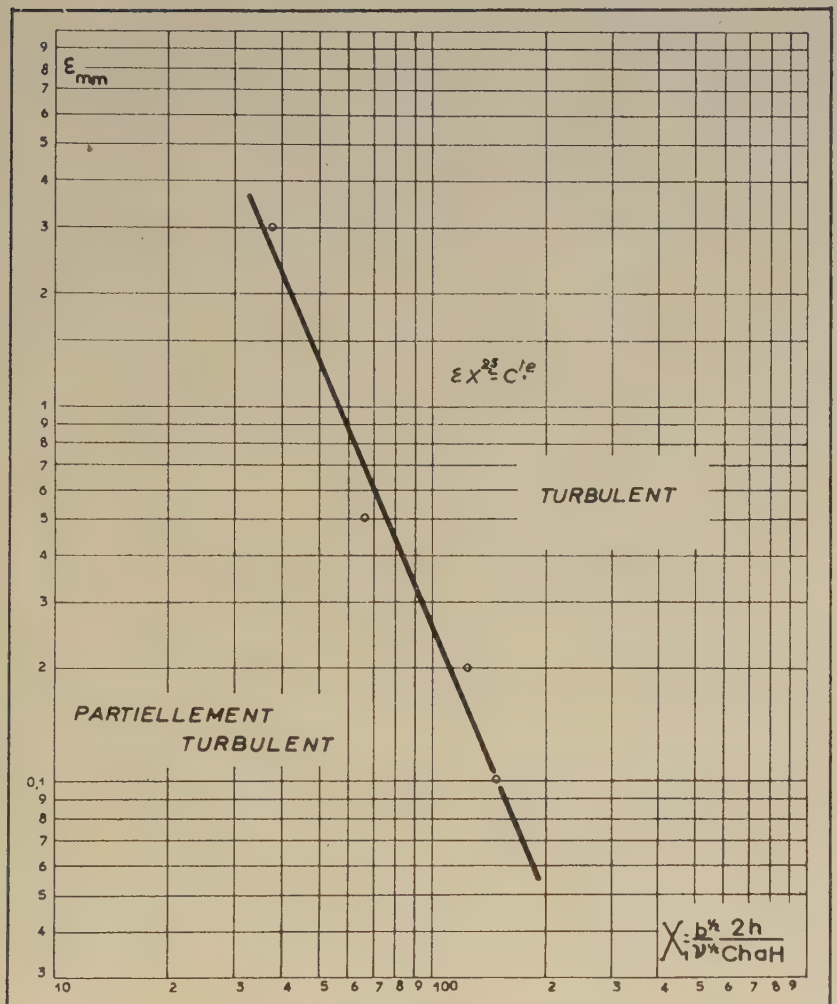
$$\left(\frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}}\varepsilon\right)\left(\frac{b^{1/2}}{b^{1/2}}\frac{2h}{\operatorname{ch} a\mathrm{H}}\right)^{2,5} = \mathrm{R}_3 \qquad C^{te}$$

ou encore :

$$\frac{b^{1,75}}{\nu^{1,75}}\frac{(2h)^{2,5}\varepsilon}{\operatorname{ch}^{2,5} a\mathrm{H}} = C^{te} \neq 2{,}8 \cdot 10^4.$$

Il importe de remarquer que les paramètres non dimensionnels R_2 et X_1 ne diffèrent l'un par rapport à l'autre que par le remplacement de *sh* aH par *ch* aH au dénominateur. Pour les houles usuelles en eau profonde, ces deux paramètres sont relativement voisins, mais diffèrent déjà sensiblement en eau moyennement profonde. La considération du paramètre X_1 semble plus satisfaisante à l'esprit que celle du nombre marginal R_2. En effet :

— le nombre de REYNOLDS marginal R_2 se définit, en faisant intervenir la vitesse maximum, et le déplacement maximum, c'est-à-dire une longueur qui ne peut pas être considérée comme caractéristique du mouvement à un



LIMITE DE STABILITE

DU MOUVEMENT OSCILLATOIRE

Graphique: 3,3

instant donné. Au contraire, le paramètre X_1 peut se définir à tout instant en fonction des caractéristiques momentanées du mouvement;

— les résultats d'expérience semblent mieux se classer avec le paramètre X_1, qu'avec le paramètre R_2;

— l'extrapolation des critères de turbulence, ci-dessus énoncés, au cas de la marée, conduit à des lois extrêmement différentes suivant le paramètre utilisé. La règle de turbulence édictée par HUON LI, suivant laquelle les mouvements seraient turbulents lorsque le nombre de REYNOLDS marginal R_2 est supérieur à 800, conduit à énoncer que la couche limite de l'onde, que représente la marée, est toujours turbulente [39]. Au contraire, l'utilisation du paramètre X_1 qui est extrêmement faible pour des ondes de très longue période telles que celles de la marée [1], conduit à admettre la laminarité de la couche limite près du fond.

Effectivement, les mouvements de marée correspondent à des vitesses extrêmement faibles au voisinage du fond, et ne semblent pas pouvoir provoquer une turbulence d'ensemble de la couche limite. Ce résultat permet donc, *a priori*, d'accorder plus de confiance à l'extrapolation du critère proposé qu'à celui précédemment adopté [2].

II. COUCHE LIMITE LAMINAIRE, MOUVEMENT PARTIELLEMENT TURBULENT

L'examen du *graphique 3,2* montre que, s'il est relativement aisé de distinguer les domaines correspondant à une couche limite totalement turbulente, les observations de couche limite totalement laminaire ou de couche limite partiellement turbulente — c'est-à-dire émettant une turbulence diffuse dans le milieu — se trouvent relativement confondues. Un examen attentif du *graphique 3,2* permet de remarquer que les points relatifs aux mouvements à couche limite parfaitement laminaire, se concentreraient autour d'une valeur du paramètre X_1 de l'ordre de 40, et que ce domaine serait lui-même d'autant plus étroit que la rugosité est plus importante. Il est particulièrement frappant de voir que l'on a souvent observé, pour des houles correspondant à des valeurs du paramètre X_1 (ou du nombre de REYNOLDS marginal R_2)

[1] R_2 étant dans ce cas extrêmement élevé par suite de la faible valeur de $aH = \pi \frac{H}{L}$, et X_1 très faible par suite de la valeur de $b = \frac{\pi}{T}$, ch aH étant sensiblement égal à 1.

[2] Les mesures effectuées par des hydrographes anglais dans la Manche et les observations de propagation de la marée dans les estuaires, conduisent à admettre l'existence d'une turbulence diffuse dans l'ensemble de la masse d'eau. Mais il s'agit là d'une turbulence partielle résultant d'instabilités locales et des caractéristiques propres du mouvement, peu consommateur de turbulence, et absolument pas d'une turbulence généralisée de la couche limite située près du fond. En effet, la réparti ion de la turbulence semble relativement homogène verticalement, et les faibles vitesses existant près du fond ne permettent pas de supposer une turbulence généralisée dans la zone marginale.

REPÈRE DE LA HOULE	$\varepsilon = 0{,}0$ mm			$\varepsilon = 0{,}1$ mm			$\varepsilon = 0{,}2$ mm			$\varepsilon = 0{,}5$ mm			$\varepsilon = 3{,}0$ mm			X_1^{δ}	X_3^{δ}
	T	P_t	L	T	P_t	L	T	P_t	L	T	P_t	L	T	P_t	L		
H = 50 cm																	
46,5	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	272,5	320,0
53,3	....	×	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	168,2	134,4
H = 40 cm																	
11	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	....	3,4	8,6
12	....	×	×	....	×	×	....	×	×	....	×	×	....	×	....	6,9	17,2
13	....	×	×	....	×	×	....	×	×	....	×	×	....	×	....	10,1	25,8
14	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	13,7	34,4
21	....	....	×	....	×	×	....	×	×	....	×	....	....	×	....	18,4	27,0
22	....	....	×	....	....	×	....	×	×	....	×	....	×	×	....	36,8	54,0
23	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	×	....	×	....	....	55,2	81,0
41	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	×	....	×	....	....	43,2	48,0
42	....	....	×	....	....	×	×	×	....	×	×	....	×	....	....	86,4	96,0
43	....	×	×	×	×	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	130,0	144,0
60,5	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	29,9	32,0
61	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	59,9	64,0
62	....	....	×	....	....	×	×	....	....	×	....	....	×	....	....	120,0	128,0
80,25	....	....	×	....	×	×	....	×	×	....	×	....	×	....	....	18,1	17,0
80,5	....	....	×	....	×	×	....	×	....	....	×	....	×	....	....	36,2	34,0
81	....	×	×	....	×	×	....	×	....	×	×	....	×	....	....	72,4	68,0

Tableau 3,4.

REPÈRE DE LA HOULE	ε = 0,0 mm			ε = 0,1 mm			ε = 0,2 mm			ε = 0,5 mm			ε = 3,0 mm			X_1^{δ}	X_3^{δ}
	T	P_t	L	T	P_t	L	T	P_t	L	T	P_t	L	T	P_t	L		
H = 30 cm																	
1,23	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	×	36,7	56,3
1,24	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	....	×	....	....	53,1	81,4
20,85	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	19,3	22,4
2,21,8	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	×	....	×	....	....	42,8	30,1
40,9	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	×	×	....	....	40,1	40,5
41,2	....	....	×	....	×	×	×	×	....	....	×	....	×	....	....	55,6	53,8
H 20 cm																	
0,94,4	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	....	×	....	....	40,8	65,0
0,95,6	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	×	....	×	....	....	52,6	84,4
15	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	×	....	×	....	....	53,8	67,7
21,2	....	....	×	....	....	×	....	×	×	....	×	....	×	....	....	32,0	29,6
22,7	....	....	×	....	×	....	....	×	....	×	....	....	×	....	....	70,5	65,4
41,1	....	×	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	48,3	49,4
42	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	×	....	....	86,0	87,6
61	....	....	×	....	×	....	×	×	....	×	×	....	×	....	....	69,1	51,3
H = 10 cm																	
0,53,6	....	....	×	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	23,1	31,2
0,56	....	....	×	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	×	....	38,5	52,4
0,65	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	....	×	....	....	43,4	56,0
0,81,5	....	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	....	×	....	....	30,7	36,3
12,6	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	×	....	×	....	....	39,6	41,2
21,6	....	....	×	....	×	....	....	×	....	....	×	....	×	....	....	40,8	40,0

Tableau 3,4 suite).

extrêmement faibles, une émission de turbulence sporadique à partir de la couche limite. C'est cette constatation, ainsi que l'observation des phénomènes d'expérience, et, en particulier, des diffusions de turbulence, qui nous ont amenés à formuler l'idée d'émission sporadique de turbulence, par suite d'instabilités locales, alors que la couche limite conserverait encore dans une large mesure les caractéristiques d'une couche limite laminaire (filets fluides colorés parallèles au fond, décollement de la couche limite, etc.) [38, 11, 25].

Il semble, en effet, que, pour des mouvements progressifs périodiques correspondant à une couche limite stable, il soit possible d'observer une émission partielle sporadique de bouffées turbulentes. Cette émission dépend de différents facteurs définis ou aléatoires : rugosité du fond, pente du fond, instabilité locale des caractéristiques propres de l'écoulement.

Cette turbulence diffuse ne s'observerait, donc, que dans la mesure où certains facteurs favoriseraient son apparition, alors que d'autres n'en compromettraient pas le développement. C'est, en définitive, par le jeu simultané de l'ensemble de ces facteurs, que l'on devrait pratiquement définir une probabilité d'observation de turbulence diffuse, en fonction de ces paramètres. Le fait que des mouvements partiellement turbulents aient été observés très souvent, pour de faibles valeurs des paramètres X_1^{δ} ou R_3 confirme, à notre sens, ce point de vue.

Ainsi que nous l'avons mentionné dans l'exposé préliminaire, les caractéristiques du mouvement propre du fluide jouent un rôle important dans la probabilité d'observations de la turbulence diffuse, d'une part, par le fait qu'elles déterminent les conditions aux limites de la couche limite, et, d'autre part, par le fait que la turbulence diffusée évolue et s'atténue en fonction des conditions propres du mouvement du fluide. Le choix des paramètres X_1^{δ} et R_3 ne permet pas de caractériser convenablement l'état de turbulence diffuse en fonction des caractéristiques du mouvement du fluide. La considération du nombre de Reynolds global R_1 ou du paramètre

$$X_3 = \frac{Hb^{1/2}}{\nu^{1/2}} \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{1}{(\nu g)^{1/3}},$$

précédemment définis, semble mieux convenir.

Sur le *tableau 3,4* nous avons porté les observations effectuées pour différentes houles couvrant l'ensemble de nos essais, ainsi que les valeurs correspondantes des paramètres X_1^{ε} et ${}_3^{\delta}X$, calculées pour chacune de ces houles.

La dispersion des résultats rend assez difficile l'énoncé de lois systématiques; toutefois, les mêmes tendances se dégagent pour les différentes hauteurs d'eau envisagées.

L'observation de couche limite totalement turbulente est, dans l'ensemble, essentiellement régie par la valeur du paramètre X_1^{δ}, en fonction de la rugosité; c'est ce qui nous a permis d'énoncer la loi du paragraphe précédent.

Toutefois, certaines observations s'expliquent mieux en faisant intervenir la valeur de X_3^{δ}. En particulier, pour la plus forte valeur de la rugosité ($\varepsilon = 3$ mm), l'observation d'une couche limite turbulente pour la houle [80, 25, H = 40] dont la valeur de X_1^{δ} est de 18, ne s'explique que par la faible valeur de $X_3^{\delta} = 17$.

De l'étude des autres cas : couche limite laminaire et couche limite partiellement turbulente, on peut admettre que de fortes valeurs du paramètre X_1^{δ} et de faibles valeurs de X_3^{δ} correspondent à une tendance à l'instabilité du mouvement et, au contraire, de faibles valeurs de X_1^{δ} et de fortes valeurs de X_3^{δ} correspondent à une tendance à la stabilité du mouvement.

L'observation de mouvement partiellement turbulent dépendrait en fait de l'influence relative de ces deux paramètres, ainsi que des causes extérieures d'instabilité (rugosité, préturbulence, etc.).

Considérons l'ensemble des résultats obtenus pour les valeurs de ε égales à 0 mm (plaque de verre) et 0,1 mm. Pour des valeurs de X_1^{δ} relativement faibles (< 30), une turbulence partielle a été, en général, observée. Mais le paramètre X_3^{δ} avait lui-même une valeur faible (< 35). A l'opposé, pour de fortes valeurs de X_1^{δ} (> 70) la turbulence partielle a été également observée sauf dans le cas de valeur de X_3^{δ} exceptionnellement élevée (> 95) [houle 62 et 42, H = 40].

Pour des valeurs intermédiaires de X_1^{δ}, le régime entièrement laminaire est la règle générale sauf valeur relativement faible de X_3^{δ}.

Pour ces mêmes valeurs intermédiaires X_1^{δ} et pour les valeurs moyennes de la rugosité $\varepsilon = 0{,}2$ mm ou 0,5 mm, les seules houles qui conservent une couche limite laminaire correspondent, dans l'ensemble, à des valeurs de X_3^{δ} relativement élevées $\left(X_3^{\delta} > 50 \text{ pour } X_1^{\delta} \neq 40 \text{ ou } X_3^{\delta} > 80 \text{ pour } X_1^{\delta} \neq 50\right)$.

Dans l'ensemble, on peut donc estimer que le paramètre X_3^{δ} peut caractériser, en première approximation la probabilité d'évolution de la turbulence dans le fluide sain, c'est-à-dire le caractère stabilisant du mouvement général. A l'opposé, les facteurs générateurs de turbulence sont :

— les caractéristiques propres du mouvement intervenant sous la forme du paramètre X_1^{δ};

— la valeur du nombre de Reynolds lié à la rugosité R_3;

— et, dans une certaine mesure — sans que ceci corresponde à une condi-

tion nécessaire — les instabilités locales de l'écoulement, dues aux conditions amont ou aval, ou à la pente du fond (agissant comme une instabilité locale de l'écoulement puisque les orbites du mouvement dans le fluide sain ne peuvent plus être dirigées suivant une parallèle au fond).

III. VITESSE DE DÉPLACEMENT MOYEN DE LA COUCHE LIMITE

Ainsi que nous l'avons exposé dans le chapitre II, une des caractéristiques physiques essentielles de la couche limite, dans les mouvements progressifs périodiques, réside dans l'existence d'une résultante moyenne des différents mouvements des particules dans la zone marginale. On observe, en effet, — et les schémas d'explication théorique permettent de le prévoir — dans la zone de la couche limite, un débit de fluide relativement important dans le sens de propagation du mouvement.

Ce débit moyen, qui correspond à une vitesse d'entraînement moyen de la couche limite, constitue une loi générale des mouvements cylindriques progressifs périodiques.

Au cours de nos expériences, nous avons observé la progression de la couche limite en repérant l'avancée du front coloré issu de sources de colorant, déposées sur le fond du canal. D'après les résultats d'expériences, et tant que la couche limite restait laminaire — que le fluide fût ou non partiellement turbulent, au-dessus de la couche limite — nous avons trouvé qu'il était possible de définir la vitesse de déplacement moyen de la couche limite près du fond en fonction de la *vitesse maximum théorique calculée* des particules du fluide sain près de la paroi. Dans la limite de nos expériences, la formule :

$$u_{c1} = K \left(\frac{(2u_{fM})^{1,6}}{H^{0,6}} \right)$$

permettrait de traduire d'une façon suffisamment approchée les résultats d'expériences pour des rugosités de fond ε, pouvant atteindre 0,5 millimètre et correspondant, en général, à des couches limites non totalement turbulentes. Cette formule peut encore s'écrire :

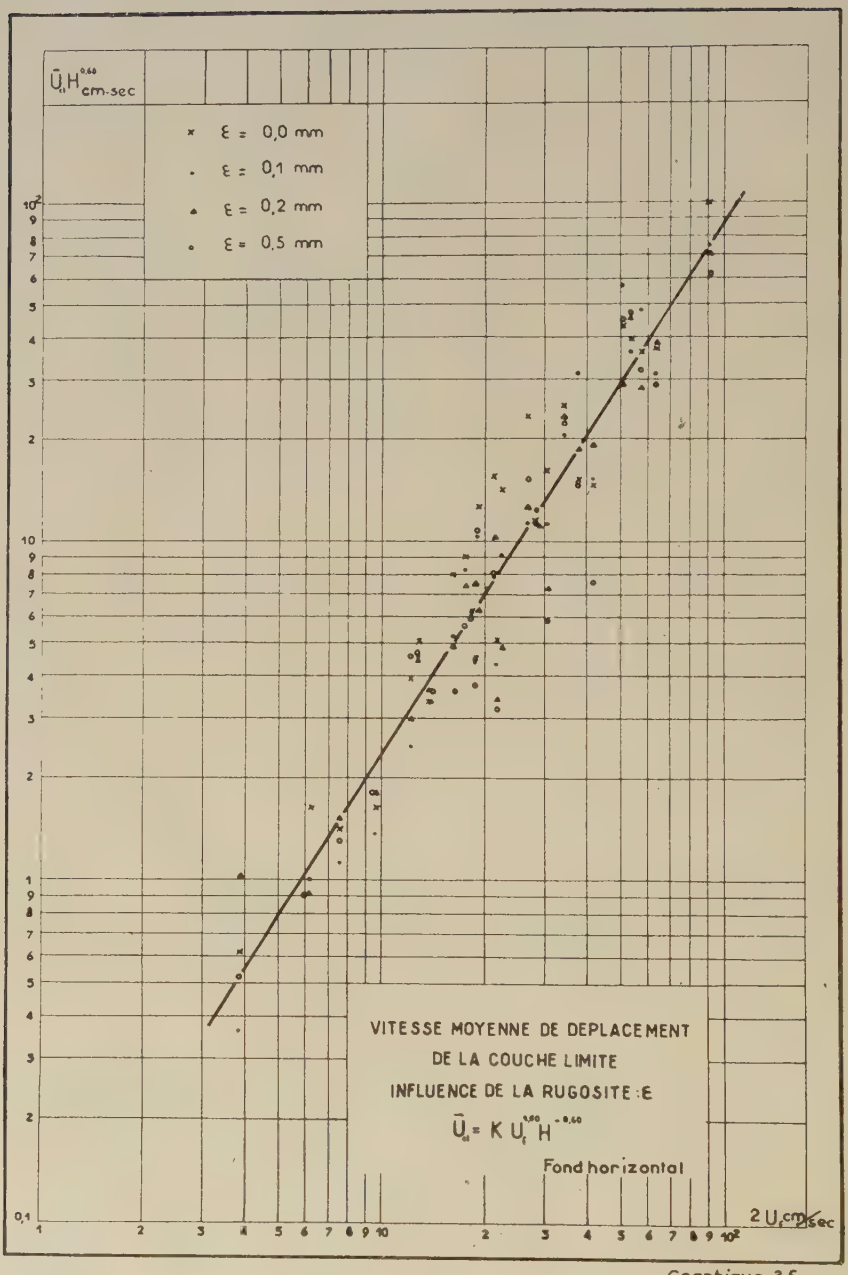
$$\frac{u_{c1}}{2u_{fM}} = K \left(\frac{2u_{fM}}{H} \right)^{0,6}$$

ou, sous forme non dimensionnelle ne devant être adoptée que sous toutes réserves, tant que des expériences ne seront pas effectuées avec des liquides de viscosités différentes :

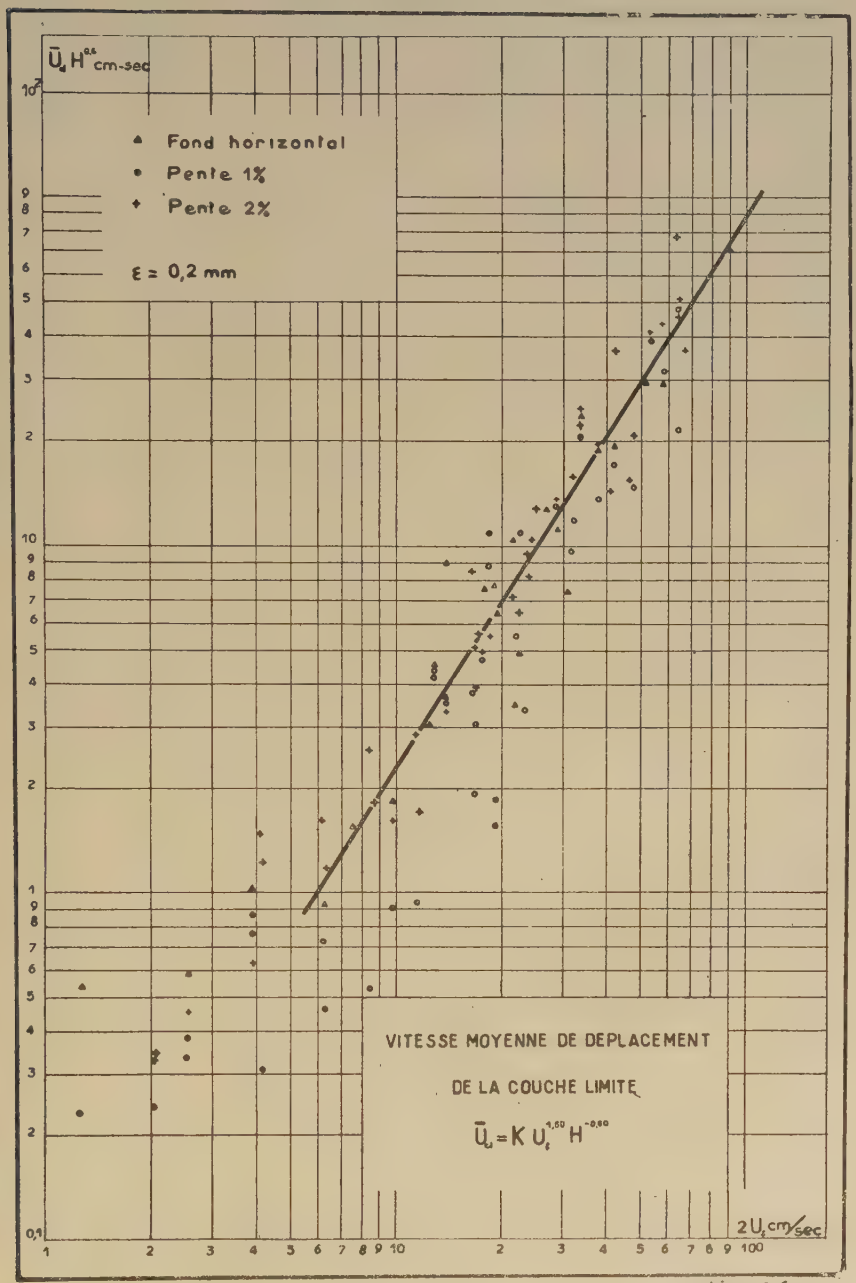
$$\frac{u_{c1}}{2u_{fM}} = K' \frac{\nu^{0,2}}{\nu^{0,4}} \cdot \left(\frac{2u_{fM}}{H} \right)^{0,6}.$$

les valeurs des constantes peuvent être prises égales à 1/18 pour K, en unités C.G.S. et 1/330 pour K'.

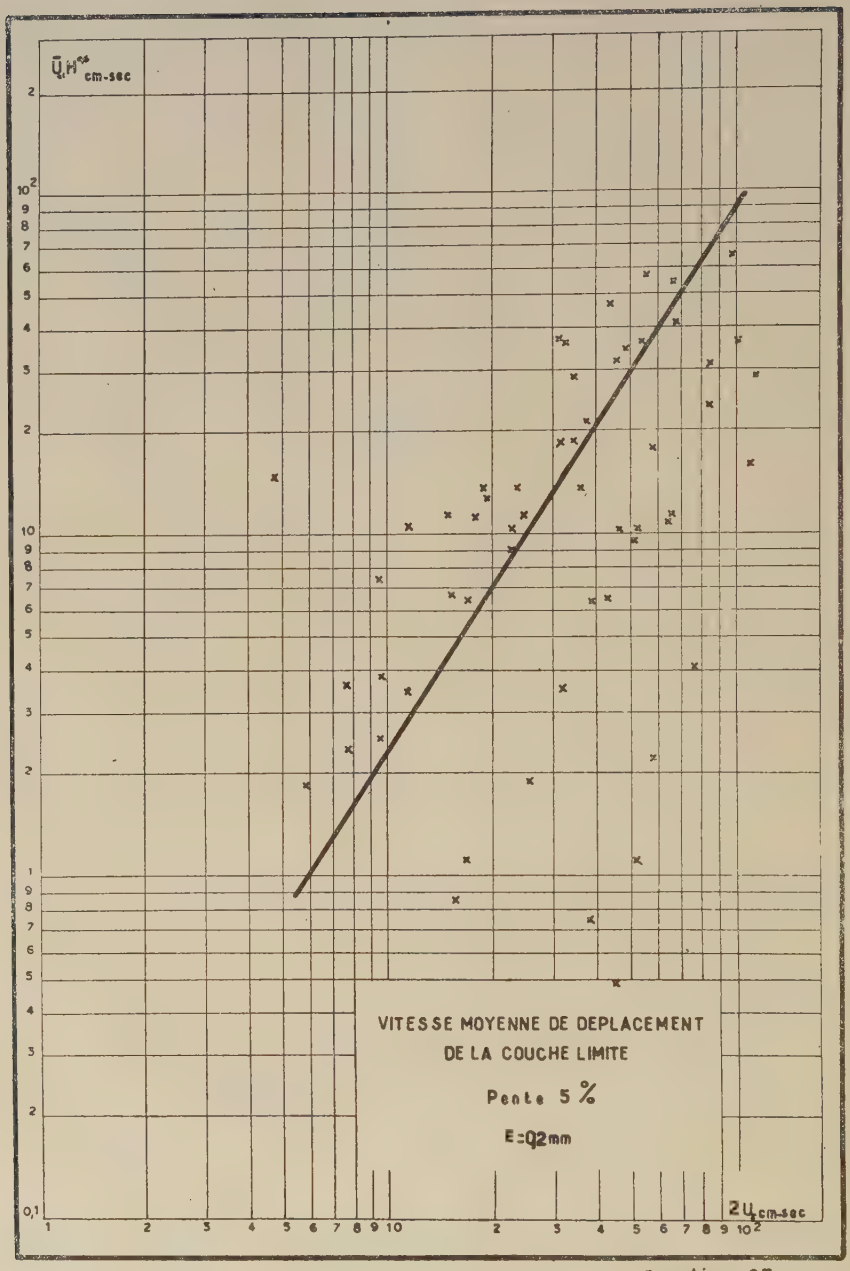
Les expériences dont nous avons donné les résultats sur le *graphique 3,5*



Graphique : 3,5



Graphique 3, 6



Graphique 3,7

portaient essentiellement sur la détermination, pour différentes valeurs de la rugosité 0 mm $< \varepsilon <$ 0,5 mm, de la vitesse d'entraînement moyen de la zone marginale près du fond, d'un canal horizontal.

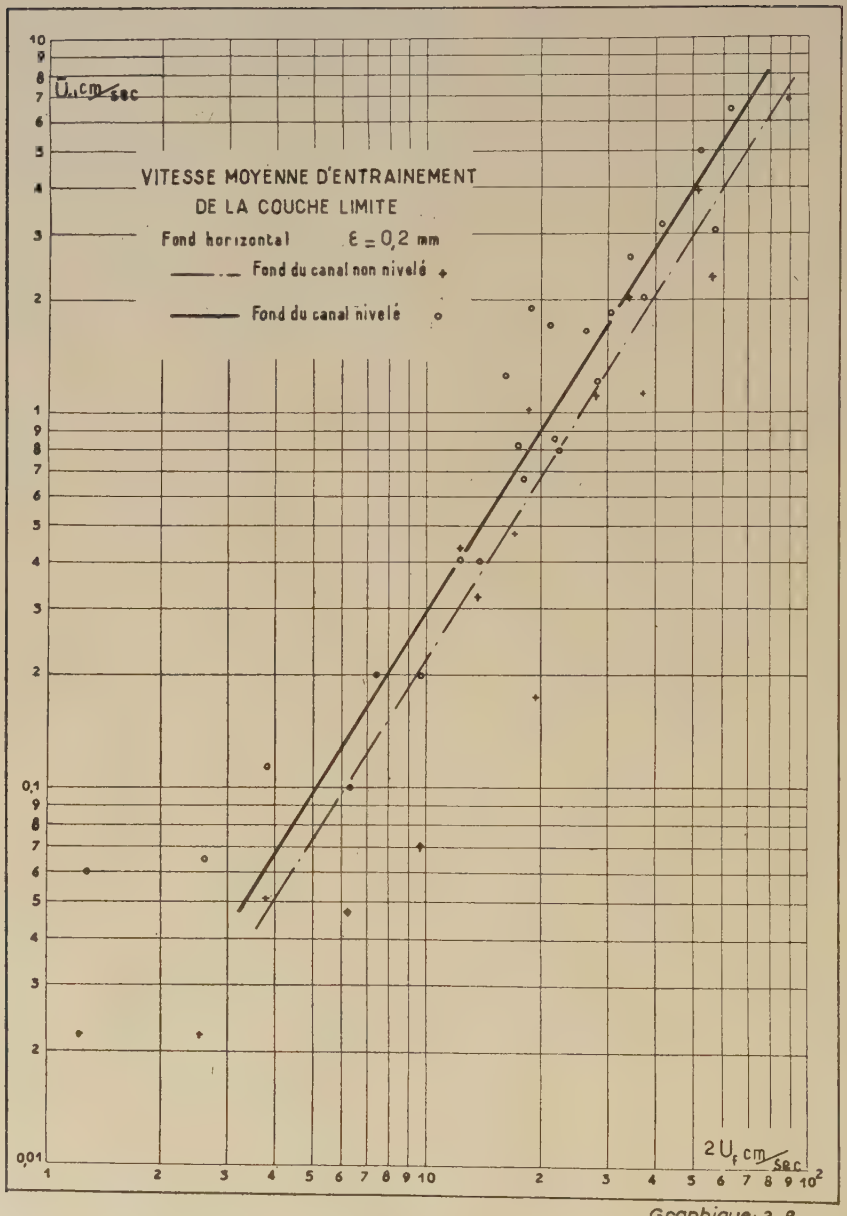
Précisons que, dans l'ensemble, la rugosité semble jouer un rôle assez secondaire, tant que la couche limite n'est pas totalement turbulente. Une tendance se dégage toutefois, suivant laquelle la vitesse u_{c_1} diminuerait avec la rugosité.

Il était intéressant, d'autre part, de savoir ce que devenaient ces résultats, lorsque le fond n'était plus horizontal. Nous avons porté sur le *graphique 3,6*, en fonction des mêmes coordonnées, les expériences de nos mesures effectuées sur le fond horizontal et sur des fonds de pente 1 %, 2 % et 5 %, la rugosité étant égale à 0,2 mm. Dans l'ensemble, la dispersion des points est plus accentuée, mais ceux-ci se regroupent autour de la même droite; l'on peut admettre, dans la zone étudiée, et avec la précision des mesures que nous obtenions, que la formule précédemment proposée permet de définir correctement les valeurs du phénomène, même pour des pentes relativement élevées. Les résultats (*graphique 3,7*) pour la pente de 5 %, sont beaucoup plus dispersés que les résultats précédents; ce fait s'explique, d'une part, par l'importance accrue du décollement, qui se transforme souvent en tourbillons, et, d'autre part, par l'importance des houles à couche limite turbulente dans les conditions expérimentales ainsi obtenues.

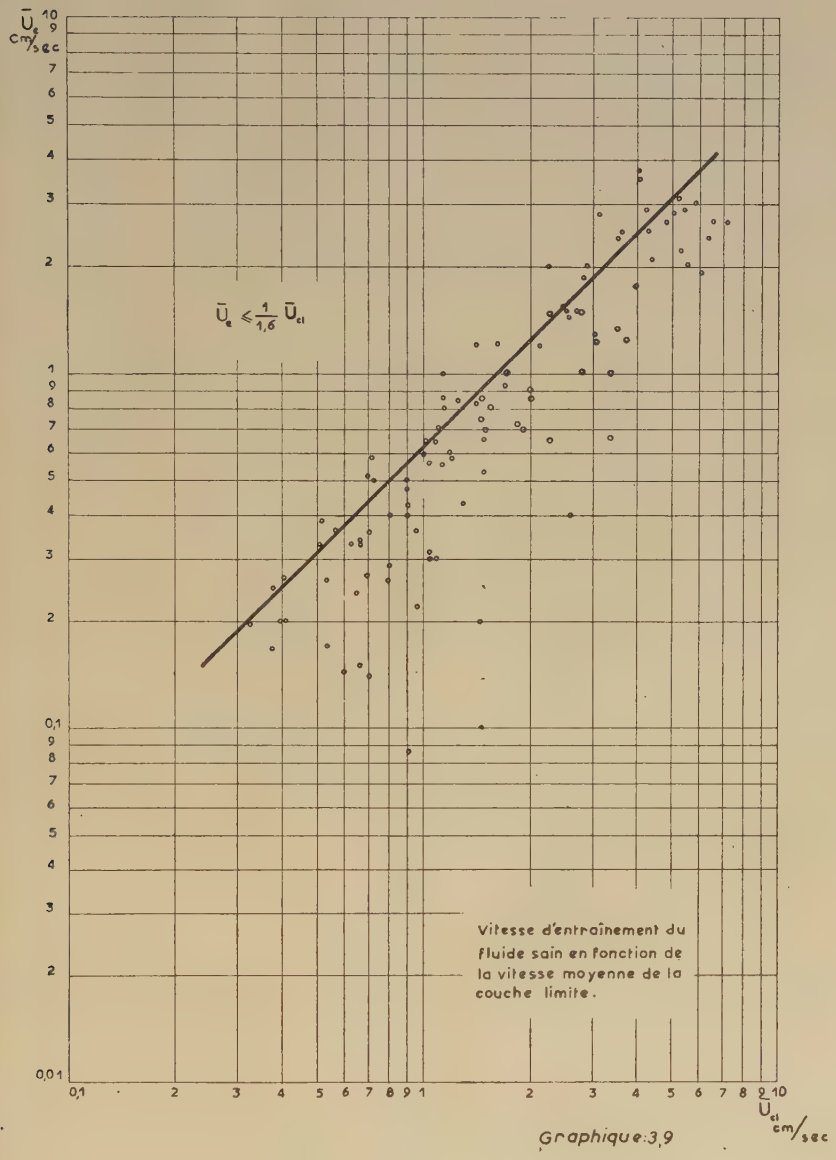
Par contre, l'irrégularité du fond horizontal provoque une variation de la vitesse de déplacement moyen du courant dans la couche limite. Des expériences ont été effectuées dans ce sens, avec un fond qui, dans l'ensemble, était horizontal mais présentait des dénivellés pouvant atteindre 2 à 3 cm. Elles ont effectivement montré que la vitesse moyenne de la couche limite était alors sensiblement inférieure à celle mesurée sur un fond de canal parfaitement nivelé (*graphique 3,8*).

Il était intéressant de rattacher ce résultat aux mesures de la longueur d'onde des houles, que nous avons effectuées dans le cas d'un canal à fond sensiblement horizontal non nivelé. Les longueurs d'onde mesurées ne correspondaient pas à celles que l'on pouvait théoriquement déterminer, en appliquant la loi d'Airy, pour la profondeur d'eau moyenne. Par contre, ces longueurs d'onde correspondaient parfaitement à celles calculées par les lois d'Airy, pour la profondeur d'eau minimum.

Il semble donc que, dans le cas d'un canal à fond non parfaitement horizontal, il se développe une couche limite plus épaisse permettant le raccordement avec le fond irrégulier du canal, d'un mouvement de fluide sain correspondant à la hauteur d'eau minimum. L'ensemble des phénomènes est donc le même que dans un canal à fond horizontal correspondant à la profondeur d'eau minimum, mais une couche limite se développe dans une zone d'épaisseur variable, et l'on conçoit que la vitesse moyenne d'entraînement mesurée dans la couche limite soit inférieure à celle mesurée pour la même houle sur un fond rigoureusement horizontal, c'est-à-dire avec une couche limite d'épaisseur moyenne moindre.



Graphique: 3,8



Vitesse d'entraînement du fluide sain en fonction de la vitesse moyenne de la couche limite.

Graphique: 3,9

IV. VITESSE MOYENNE D'ENTRAÎNEMENT DU FLUIDE SAIN SITUÉ AU-DESSUS DE LA COUCHE LIMITE [5, 18]

L'existence d'une vitesse moyenne du fluide de la couche limite se traduit, dans le fluide sain situé au contact de cette couche limite, par une vitesse moyenne d'entraînement dirigée dans le sens de propagation de la houle, mais de valeur inférieure à la vitesse moyenne d'entraînement de la couche limite.

Ainsi que nous l'avons vu dans le chapitre I[er], les équations générales de la houle permettent de tenir compte de l'existence de ce courant d'entraînement moyen, dans le fluide sain, en introduisant un rotationnel de fond, et en écrivant que le transport moyen dans une section droite est nul.

Il importe de rappeler que les courants de masse ainsi obtenus dépendent de nombreux autres facteurs; il existe, en particulier, un courant d'entraînement de masse dû à la présence de frottements en surface, qui se traduisent par l'existence d'un rotationnel de surface. Il existe, d'autre part, des courants de masse dus aux conditions aux limites, qui peuvent être un courant moyen réparti dans l'ensemble de la tranche d'eau considérée. En particulier, en nature, il existe des zones de « rip-currents », dans lesquelles le courant moyen est essentiellement dirigé en sens opposé de celui de propagation de la houle et qui assure l'évacuation des masses d'eau projetées sur le rivage, lors du déferlement des lames.

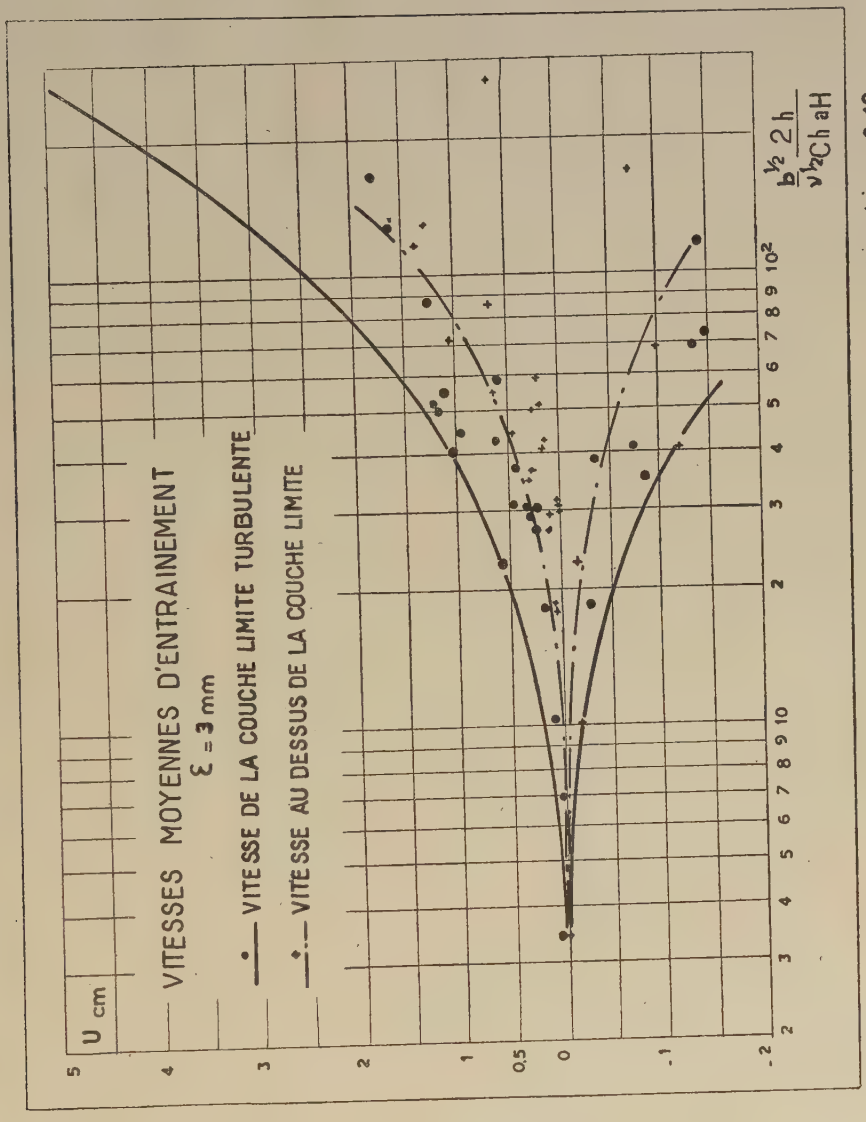
Par ailleurs, les expériences, que nous avons réalisées en des sections différentes, nous ont montré que les résultats concernant les courants de masse dans un canal rectangulaire, étaient sensiblement constants. Nous avons reporté sur le *graphique 3,9*, la valeur du courant moyen d'entraînement du fluide sain, à la frontière de la couche limite, en fonction du courant moyen d'entraînement de la couche limite que nous avions mesuré. Ces points sont relativement dispersés mais peuvent être considérés, dans l'ensemble, comme correctement définis par la relation :

$$\bar{u}_e \leqslant \frac{1}{1{,}6} \cdot \bar{u}_{cl}.$$

Une première série d'expériences effectuée avec une profondeur d'eau relativement importante H = 0,40 m, nous avait permis d'énoncer la loi [16] :

$$\bar{u}_e = \frac{1}{1{,}6} \cdot \bar{u}_{cl}.$$

Il semble, en fait, que la valeur de u_{cl} donnée par cette loi constitue une borne supérieure, et que la valeur réelle tende à diminuer dès que la profondeur d'eau devient relativement plus faible. En effet, tandis qu'ils sont négligeables pour les grandes profondeurs d'eau, les courants de masse dus à l'existence de rotationnels de surface se traduisent, près du fond, par des courants dirigés dans le sens opposé à celui de la propagation de la houle, prenant de plus en plus d'importance pour les faibles profondeurs.



Graphique 3,10

En résumé, dans l'état actuel de nos connaissances, on peut donc admettre que, parmi l'ensemble des phénomènes introduisant dans la houle cylindrique établie des courants de masse, le frottement sur le fond induit un courant de masse, dont la valeur moyenne dans une section est nulle et dont la valeur près du fond peut être considérée tant que le mouvement de la couche limite n'est pas entièrement turbulent, comme égale à :

$$\overline{u_c} = \frac{1}{1{,}6} \cdot \overline{u_{cl}}.$$

Il faut, bien évidemment, ajouter à ce courant dans les cas pratiques les courants provenant du rotationnel de surface, des conditions aux limites du mouvement, etc.

V. VITESSE MOYENNE D'ENTRAÎNEMENT DANS LE CAS DE MOUVEMENTS À COUCHE LIMITE TURBULENTE

Nous avons porté sur le *graphique 3,10* les résultats des observations que nous avons effectuées relatives aux vitesses moyennes d'entraînement, tant de la couche limite que du fluide sain situé au-dessus de la couche limite, en présence d'une rugosité importante $\varepsilon = 3$ mm, c'est-à-dire lorsque les mouvements correspondaient à des caractéristiques de couche limite entièrement turbulente.

Dans ce cas, les observations étaient extrêmement dispersées et l'on observait des vitesses moyennes d'entraînement dirigées, suivant les cas, aussi bien dans le sens de propagation de la houle que dans le sens contraire. Il semble que, lorsque la couche limite ne possède plus le caractère laminaire, mais est totalement turbulente, les vitesses moyennes d'entraînement peuvent être dirigées indifféremment dans un sens ou dans l'autre suivant les conditions locales. On ne doit, toutefois, considérer les courbes représentées sur le *graphique 3,10* que comme une enveloppe des valeurs possibles des vitesses observables dans la couche limite ou au-dessus de la couche limite.

VI. ÉPAISSEUR DE LA COUCHE LIMITE

Au cours des différents essais que nous avons effectués nous avons mesuré l'épaisseur apparente de la couche limite, au sens physique du terme, tel que nous l'avons précisé dans le chapitre préliminaire, dans les différents cas où celle-ci était visible.

L'étude de la couche limite entièrement laminaire est relativement aisée, car celle-ci se distingue du fluide sain par la vitesse d'entraînement moyen de ses particules. Il subsiste toutefois une difficulté dans la détermination précise de son épaisseur, en corrélation avec l'épaisseur de la source colorante. En effet, si celle-ci est trop importante elle risque de produire une émission partielle de turbulence et de colorer une partie plus importante du fluide, mais, par

contre, si la source colorante n'est pas de dimensions suffisantes, elle ne colore qu'une partie de la couche limite et non pas l'ensemble de celle-ci. Nos essais ont toujours été effectués avec des sources colorantes de dimensions variables de quelques centièmes jusqu'à 1 ou 2 mm, ce qui a permis d'éliminer, en partie, l'influence de ce facteur; une certaine dispersion des résultats subsistait néanmoins.

Dans le cas du mouvement totalement turbulent, il y avait lieu théoriquement de distinguer trois zones :

— une sous-couche laminaire au contact du fond dans le cas d'un fond hydrauliquement lisse;

— une couche limite (c'est-à-dire dans laquelle le mouvement général du fluide s'écarte sensiblement du mouvement du fluide sain) couche limite qui serait turbulente par définition;

— une zone dans laquelle, bien que le mouvement moyen du fluide soit assimilable à celui du fluide sain, la turbulence émise à partir de la couche limite turbulente, entraîne une coloration de la masse fluide.

La première de ces zones n'a été nettement observée que pour des rugosités faibles — fond hydrauliquement lisse — en général inférieures à 0,5 mm, et n'a jamais été observée pour la rugosité la plus forte — fond hydrauliquement rugueux — $\varepsilon = 3$ mm.

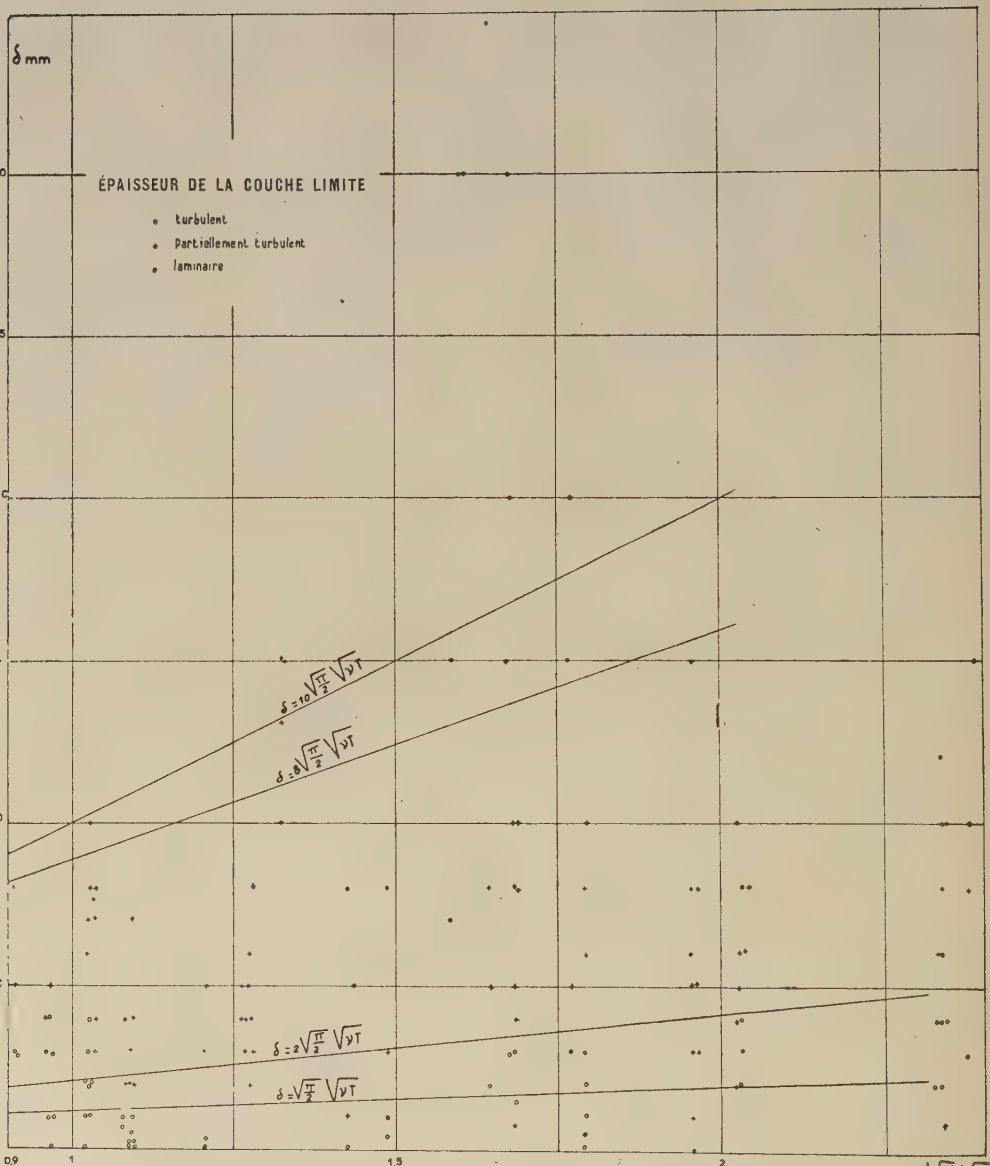
La distinction entre les deux zones que constituent la couche turbulente proprement dite, et la zone de fluide sain, réceptrice de turbulence, est beaucoup plus difficile à déterminer par colorimétrie. En effet, il n'y a pas une rupture nette de la coloration moyenne, et une méthode rigoureuse aurait exigé la détermination des vitesses des particules.

Nous avons admis que la hauteur atteinte par le nuage coloré, après quelques périodes (3 à 4), donnait une valeur acceptable de la hauteur de la couche limite turbulente; quant à la zone intéressée par l'émission de turbulence, question que nous nous proposons de traiter à part, la détermination de son étendue a été effectuée au cours d'expériences, dont la durée était de plusieurs centaines de périodes.

Sur le *graphique 3,11* nous avons porté en ordonnées l'épaisseur observée de la couche limite obtenue pour 0 mm $\leqslant \varepsilon \leqslant$ 0,5 mm en différenciant les cas où cette épaisseur était relative à la couche limite laminaire, à la couche limite partiellement turbulente et à la couche limite turbulente. D'autre part, nous avons repéré chacune de ces valeurs par rapport à la valeur caractéristique de la couche limite laminaire telle qu'elle résulte des calculs exposés au chapitre II. Cette valeur est celle de l'épaisseur de la couche limite théorique au moment de la vitesse maximum du fluide près du fond, qui correspond à un point commun à toutes les solutions possibles de l'équation de Navier-Stokes simplifiée.

D'après les calculs théoriques que nous avons effectués, l'épaisseur de la couche limite à mi-partie de l'excursion de la molécule sur le fond, est donnée par l'expression :

$$\delta_{th} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \sqrt{\nu T}.$$



Graphique 3,11

Chaque point d'expérience est repéré en fonction de l'épaisseur mesurée δ et de l'épaisseur théorique δ_{th}.

1° Couches limites laminaires.

Après examen du *graphique 3,11*, on peut affirmer que l'épaisseur de la couche limite laminaire observée est comprise entre 0 et 2 fois la valeur caractéristique théorique de la couche limite.

Il existe, pour de faibles valeurs de l'épaisseur théorique caractéristique, quelques points relatifs à une couche limite laminaire, correspondant à une épaisseur observée, supérieure à deux fois δ_{th}; mais il importe de rappeler que l'épaisseur de la source colorante peut introduire des erreurs de mesures, en particulier dans les cas où les vitesses du mouvement étant très faibles, la présence d'une source colorante de dimension supérieure à celle de la couche limite, ne provoque pas immédiatement l'émission de turbulence partielle.

Étant donné, d'autre part, que l'épaisseur mesurée du front coloré dépendait également de la finesse du grain colorant, les valeurs de δ inférieures à l'épaisseur caractéristique théorique peuvent être considérées comme correspondant à l'observation, d'une partie seulement, d'une couche limite d'épaisseur sensiblement égale à l'épaisseur caractéristique.

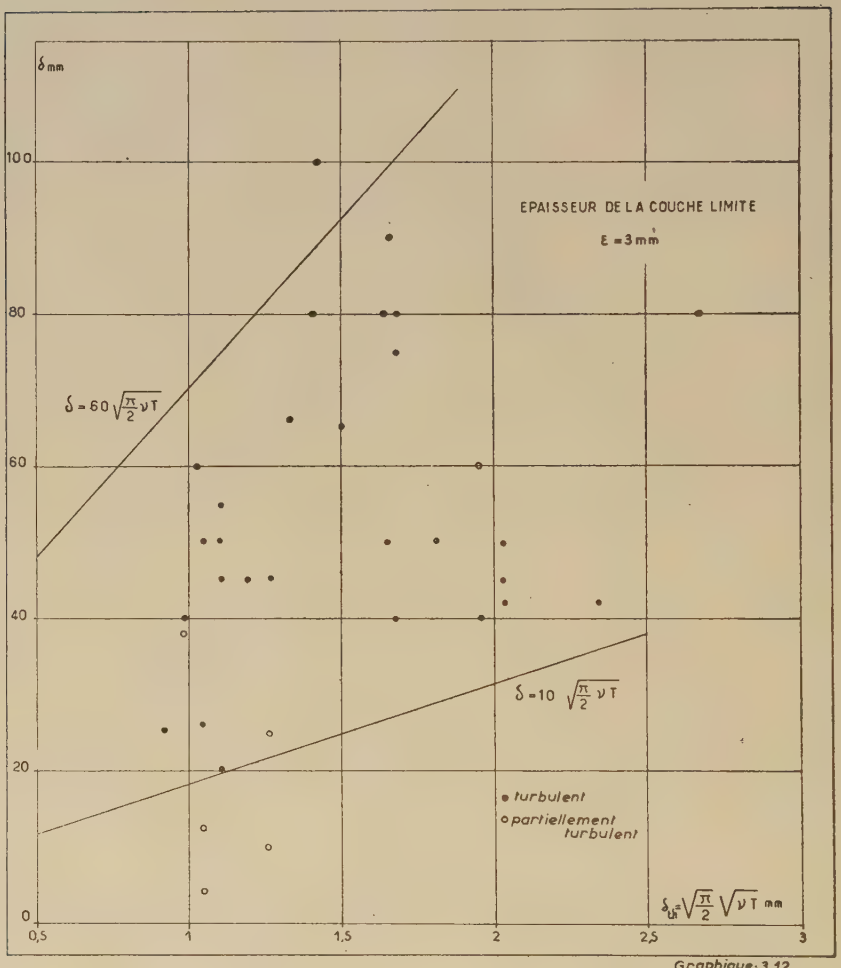
Après ces remarques, on peut affirmer que les mesures effectuées [1] justifient le calcul théorique exposé au chapitre II et permettent d'affirmer que la zone influencée par les mouvements laminaires, dans le cas des mouvements progressifs périodiques cylindriques, est comprise entre une et deux fois la valeur caractéristique de la couche limite.

2° Couches limites partiellement turbulentes.

L'épaisseur de la couche limite des mouvements partiellement turbulents, lorsqu'elle a été nettement observée, par suite de la différence des intensités de coloration a été portée dans le *graphique 3,11*, parmi les points de la couche limite laminaire. Il semble que, pour la partie non turbulente de cette couche limite, les résultats ci-dessus et, par conséquent, ceux des calculs théoriques du chapitre II, sont encore applicables, dans l'état actuel de nos connaissances, comme donnant une explication suffisamment approchée des phénomènes réels.

Sur le *graphique 3,11*, nous avons également porté l'épaisseur de la zone marginale de turbulence partielle. Bien que cette épaisseur dépende, dans une certaine mesure, des caractéristiques propres au mouvement du fluide sain, ainsi que nous l'avons précédemment exposé, il était intéressant de donner une règle pratique suffisamment exacte et permettant de déterminer l'épaisseur de cette zone, en fonction de l'épaisseur caractéristique théorique de la couche limite.

[1] Nous tenons à préciser que toutes les mesures d'épaisseur de la couche limite avaient été effectuées avant l'étude théorique du chapitre II, ce qui donne d'autant plus de valeur aux conclusions que l'on peut en tirer.



Graphique: 3,12

HAUTEUR DE DIFFUSION DE LA TURBULENCE

Rugosité du fond : 3mm

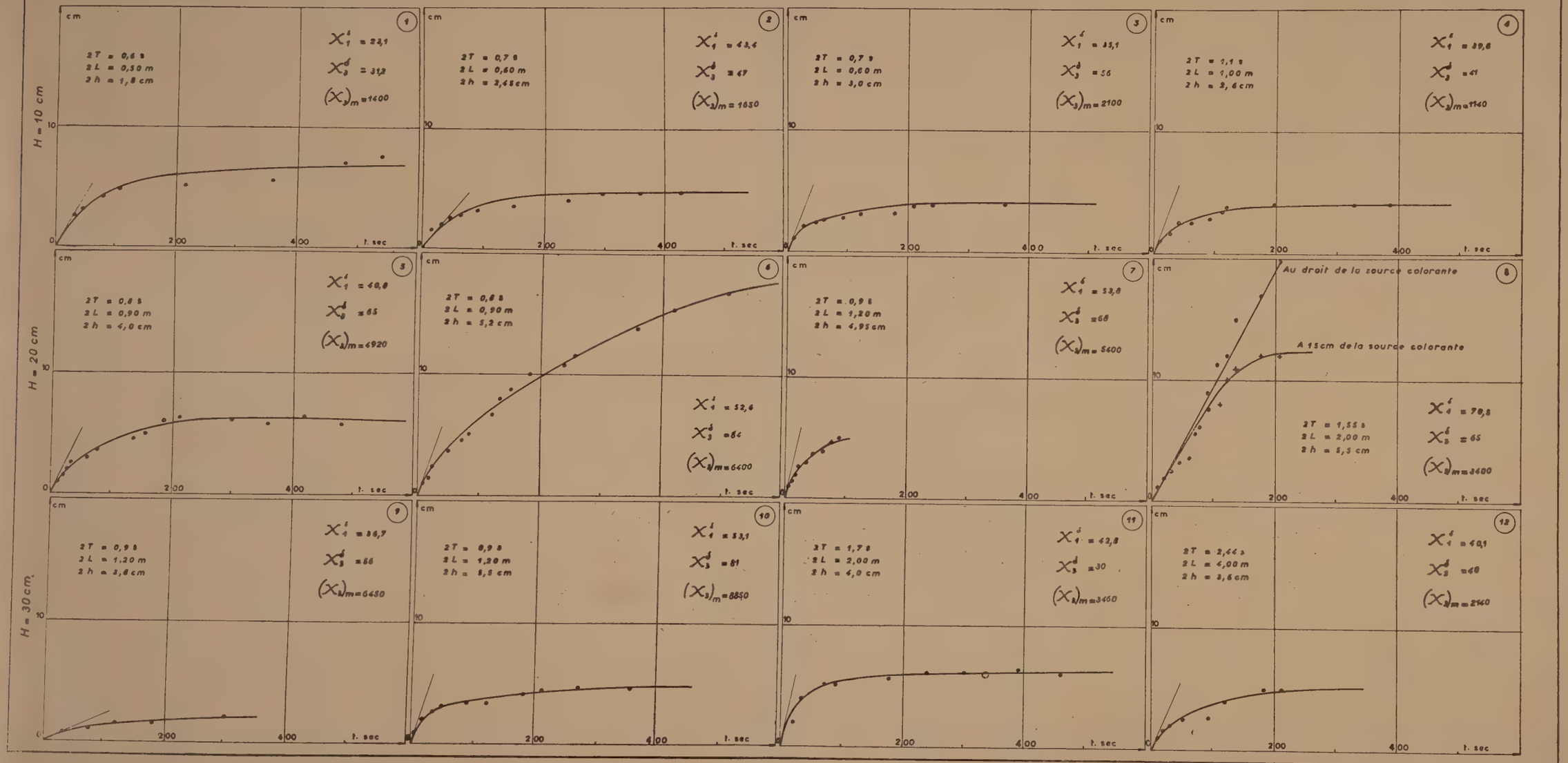


Tableau 3,13 a

J. C. 803325.

Malgré quelques points correspondant à des valeurs légèrement plus élevées, on peut admettre, en moyenne, que la zone intéressée par la turbulence diffuse à partir de la couche limite, est comprise entre deux fois et huit fois l'épaisseur caractéristique théorique de la couche limite.

Il est particulièrement intéressant de noter que l'observation des résultats, portés sur le *graphique 3,11*, suggère des valeurs de δ aussi bien laminaires que partiellement turbulentes, croissant régulièrement avec l'épaisseur théorique caractéristique.

3° Couches limites turbulentes.

Nous avons précisé ci-dessus les difficultés inhérentes à la mesure de l'épaisseur de la couche limite entièrement turbulente, étant donné que cet état se traduit, dans le temps, par une évolution de la turbulence dans le fluide sain.

Sur le *graphique 3,12*, nous avons uniquement porté les points de turbulence correspondant à une rugosité importante, $\varepsilon = 3$ mm, tels que nous avons pu les mesurer au début du mouvement (quelques périodes). Ces mesures mettent également en évidence une croissance rapide de l'épaisseur en fonction de l'épaisseur caractéristique théorique. Pour cette valeur de la rugosité, on peut admettre que l'épaisseur de la couche limite turbulente est comprise, en moyenne, entre quinze fois et soixante fois l'épaisseur caractéristique théorique. Ce résultat concerne pratiquement le cas général d'un fond hydrauliquement rugueux.

VII. ÉMISSION DE TURBULENCE

L'observation de la couche limite turbulente, telle que nous l'avons définie ci-dessus, devait normalement être effectuée au cours des quelques périodes qui suivaient le début de l'émission de colorant par la source colorante. En effet, lorsqu'on laissait l'expérience se prolonger, on s'apercevait que le nuage de diffusion coloré, accompagnant les mouvements à caractéristiques nettement turbulentes sur le fond, augmentait d'épaisseur avec le temps.

Nous avons, pour certaines caractéristiques de houles, étudié la croissance de cette épaisseur pendant une durée correspondant à plusieurs centaines de périodes, c'est-à-dire pendant 5 à 10 minutes pour les périodes envisagées.

Les résultats de ces observations font l'objet des douze croquis de la *planche 3,13*a. Ces essais correspondent à des profondeurs d'eau variant entre 10 et 30 cm, ainsi qu'à une couche limite entièrement turbulente, par suite de la présence d'une rugosité importante ($\varepsilon = 3$ mm). Certains d'entre eux correspondent d'ailleurs à des valeurs limites du paramètre X_1^{δ} caractéristique de la turbulence totale. Toutes ces courbes ont été tracées en portant en ordonnées la hauteur atteinte par le nuage de coloration diffuse, et en abscisses les temps mis pour atteindre cette hauteur.

Dans l'ensemble, ces courbes ont une forme très comparable, à variation régulière de concavité tournée vers les temps positifs, et tendant, au bout d'un certain temps, vers une asymptote [1].

Le processus suivant lequel la turbulence se répartit dans la masse fluide, pendant la phase transitoire, qui correspond à l'établissement de la houle dans le canal, peut se schématiser comme suit :

L'émission de l'énergie de turbulence se localise essentiellement au contact du fond, et, éventuellement, à la frontière de la partie laminaire et de la partie turbulente de la couche limite, frontière qui peut se comporter comme une surface de discontinuité; il se crée donc un gradient vertical de turbulence depuis le fond, de telle sorte qu'un petit volume élémentaire quelconque de fluide reçoit une certaine quantité d'énergie de turbulence [2], en même temps qu'une partie est consommée par suite du mouvement propre du fluide sain, ce qui reste disponible induisant de la turbulence dans les particules voisines.

Il s'établit donc un flux de turbulence qui s'élève jusqu'au moment où l'apport d'énergie de turbulence est équivalent à l'énergie consommée; l'épaisseur de la lame d'eau intéressée par la turbulence se stabilise alors. Il semble que le régime établi soit atteint assez rapidement (quelques minutes).

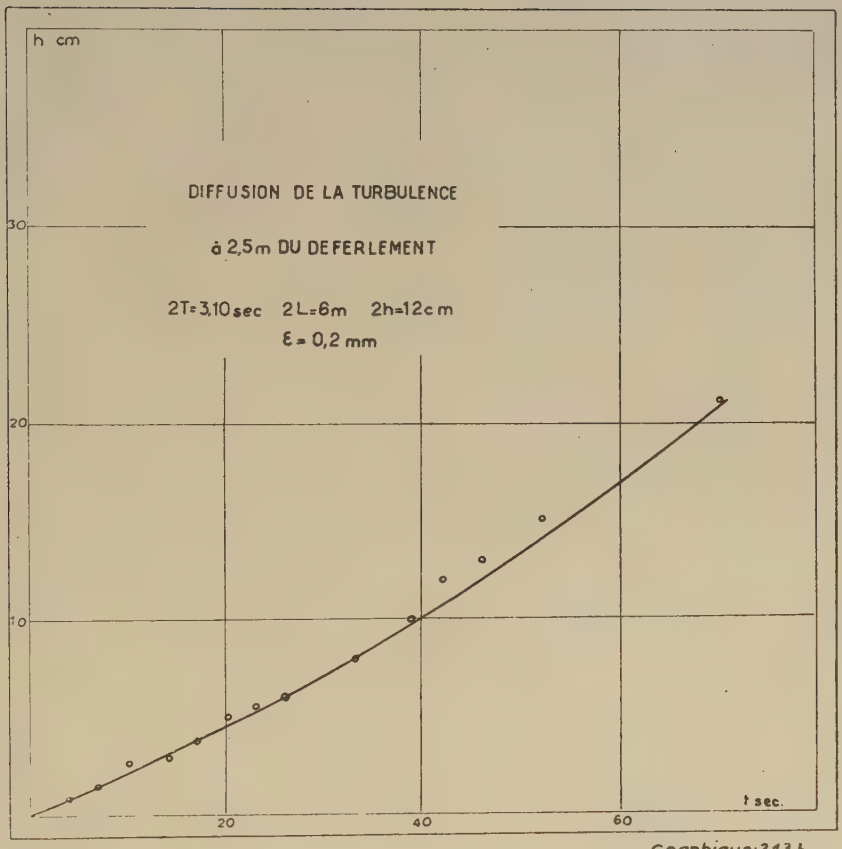
Lorsque l'on procède à la visualisation du domaine intéressé par la turbulence, le régime est déjà établi. En conséquence, la progression du front de coloration ne s'effectue pas rigoureusement suivant la loi de propagation suivie par le front de turbulence pendant le régime transitoire, mais visualise, en quelque sorte, le gradient de turbulence du régime établi. La courbe représentant l'évolution du nuage coloré illustre donc la loi de variation du gradient de turbulence.

La valeur de la pente de cette courbe à l'origine, ainsi que l'ordonnée de l'asymptote doivent être directement déterminées par l'intensité des sources de turbulence (distribution de sources le long d'une verticale ascendante fonction du paramètre X_1^{δ}) distribution comportant, en première approximation, une source localisée et des puits de turbulence (distribution des puits fonction d'un autre paramètre, X_3 par exemple).

La diffusion de la turbulence dans la zone intéressée doit être relativement rapide; elle est de toute façon entièrement réalisée lors de l'introduction de la source colorante sur le fond du canal d'essais car le mouvement est déjà établi depuis un certain temps. La progression que nous observons correspond donc uniquement à la progression de la coloration, qui dépend d'une part du gradient de turbulence à la frontière de la zone colorée, d'autre part

[1] Nous avons obtenu (graphique de la *planche 3, 13* b) des courbes à concavité tournée vers les temps négatifs, pour des houles moyennement cambrées, à faible distance du déferlement. Ce résultat met en évidence l'émission de turbulence interne du fluide dans la zone de prédéferlement. La turbulence intéresse rapidement toute la hauteur de la nappe fluide.

[2] Cette transmission d'énergie turbulente correspond probablement à un passage à une turbulence de plus en plus fine, au fur et à mesure que l'on s'éloigne du fond, et, par conséquent, de moins en moins visualisable.



Graphique 3,13 b.

de l'intensité de coloration de la zone frontière. Les valeurs caractéristiques de ces observations devraient être essentiellement la vitesse de propagation en chaque point et la limite maximum de propagation du nuage coloré (asymptote de la courbe).

Pour caractériser, par des paramètres propres au fluide, la hauteur asymptotique d'émission de turbulence, il faut faire intervenir la consommation de turbulence sur toute la hauteur de la zone turbulente. Si, comme nous l'avons admis précédemment, le paramètre local X_3 caractérise effectivement la consommation de turbulence, on doit pouvoir établir le classement des épaisseurs de nuage coloré par rapport à la valeur moyenne de X_3 calculée sur toute la hauteur de la zone d'émission de turbulence, à X_1 égal. De même, la pente à l'origine doit refléter l'influence de X_1 à X_3 constant.

Nous n'avons pas effectué ce calcul, mais nous avons porté sur chaque essai du *tableau 3,13* la valeur de X_3 à la frontière de la couche limite X_3^{δ}, et à la surface du fluide $(X_3)_m$.

On peut admettre, à partir de ces expériences, que la hauteur maximum atteinte par la zone turbulente, peut être classée de façon très précise en considérant, d'une part, l'intensité d'émission dépendant de X_1^{δ} (plus X_1^{δ} sera élevé, plus l'émission de turbulence près du fond sera importante, et plus la hauteur maximum atteinte sera importante) et, d'autre part, la consommation de turbulence liée à X_3 (plus X_3 sera important moins l'épaisseur turbulente sera grande).

La hauteur asymptotique la plus élevée obtenue pour la profondeur de 10 cm correspond, en effet, à la plus faible valeur de X_3 (30). On observe une diminution très nette de l'épaisseur totale lorsque X_3 atteint 56; on note une très légère augmentation pour les essais 3 et 4 dans lesquels la valeur de X_1 passe de 35,1 à 39,6.

Les résultats obtenus pour une profondeur d'eau de 20 cm sont extrêmement intéressants, car, pour la valeur la plus faible de X_3 (65), correspondant d'ailleurs également à la valeur la plus forte de X_1 (70,5), nous avons obtenu une hauteur turbulente correspondant à l'ensemble de la nappe liquide. En effet, trois minutes après le début de l'expérience le nuage coloré avait atteint la surface libre du fluide (essai 8). La comparaison des essais 5 et 7 met en évidence l'influence relative de X_1 et de X_3. Pour l'essai 7, la tangente à l'origine a une valeur plus élevée que pour l'essai 5, ce qui correspond à une émission plus importante de turbulence près du fond (valeur de X_1 plus élevée). Mais la hauteur asymptotique atteinte par la turbulence est moins élevée pour 7 que pour 5, et ceci correspond à des valeurs de X_3 plus élevées pour l'essai 7.

Les résultats de l'essai 6 semblent aberrants. En effet, pour des valeurs de X_1, comparables à celles de l'essai 7, et pour des valeurs de X_3 et $(X_3)_m$, plus élevées que pour l'essai 7, l'épaisseur du nuage coloré croît jusqu'à des valeurs plus élevées pour l'essai 6 que pour l'essai 7. Il importe, toutefois, de remarquer que la rapidité de croissance au départ est plus lente dans l'essai 6, ce qui est logique, pour une émission de turbulence d'intensité

comparable, mais une consommation d'énergie turbulente plus importante (X_3 essai 6 > X_3 essai 7). D'autre part, après plus de 750 périodes, la hauteur du nuage n'était pas encore stabilisée; en fait, dans cette expérience, la zone colorée a atteint la surface libre du fluide après un temps très long. Si l'on remarque que cette expérience correspond à une houle très cambrée ($\gamma = 5{,}6$ %), on est amené à penser qu'une partie de la turbulence diffuse est émise dans le fluide lui-même et, en particulier, à partir de la couche limite de surface.

Pour la profondeur d'eau de 30 cm, la hauteur limite varie suivant les valeurs du paramètre X_1, sauf pour l'essai 10, correspondant à la plus forte valeur de X_3.

Nos expériences ont donc permis de mettre en évidence l'influence des deux paramètres : émission de turbulence liée aux caractéristiques locales près du fond :

$$X_1^{\delta} = \frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}} \cdot \frac{2h}{\operatorname{ch} a\mathrm{H}}$$

et consommation de turbulence liée au paramètre sans dimension :

$$X_3 = 2hb\mathrm{H} \cdot \frac{\operatorname{sh} a(\mathrm{H}-y)}{\nu \operatorname{sh} a\mathrm{H}}$$

dont les valeurs à la frontière de la couche limite et en surface sont :

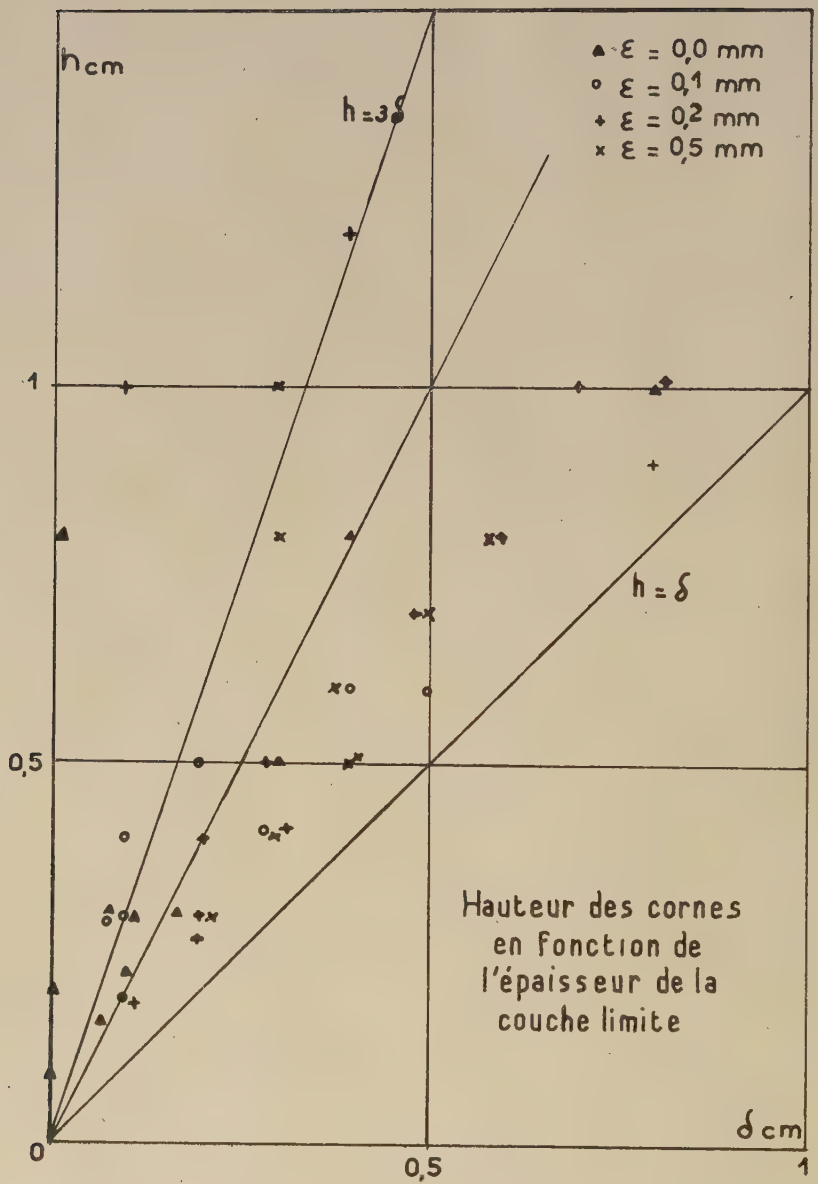
$$X_5^{\delta} = \frac{2hb^{5/2}\mathrm{H}}{\nu^{1/2} g} \cdot \frac{\operatorname{ch} a\mathrm{H}}{\operatorname{sh}^2 a\mathrm{H}} \quad \text{et} \quad (X_3)_m = \frac{2hb\mathrm{H}}{\nu}.$$

Il serait extrêmement intéressant de compléter, par de plus nombreuses observations, cette étude du problème.

VIII. DÉCOLLEMENT DE LA COUCHE LIMITE

Nous avons étudié précédemment l'épaisseur des couches limites, ainsi que la hauteur atteinte par les émissions de turbulence à partir de ces couches limites; mais il existe un paramètre caractéristique particulièrement important : celui qui détermine le décollement de la couche limite.

Dans le chapitre II, nous avons mis en évidence, par des considérations théoriques, d'une part, la probabilité du décollement lors de la décélération du mouvement de la particule près du fond et, d'autre part, le fait que les caractéristiques de l'écoulement tendent à favoriser ce décollement à la fin du trajet retour de la particule et, au contraire, à empêcher les décollements — stabilisation du mouvement — à la fin du trajet aller des particules. Les considérations mathématiques exposées au chapitre II ont confirmé ce point de vue et ont permis de situer le point de début du décollement pour des valeurs de τ voisines de $\frac{3\pi}{4} + \pi$, c'est-à-dire aux environs de la mi-temps du trajet retour correspondant à la décélération de la particule.



Graphique:3,14

A partir du moment où a lieu le décollement, il y a injection sous la masse du fluide animé d'un mouvement de même sens que celui du fluide sain, de particules du fluide animées d'un mouvement de sens opposé à celui du fluide sain; d'après les développements mathématiques, le décollement interviendrait au point d'inflexion de la couche de séparation, constituant la frontière entre ces deux masses fluides, et le long de laquelle la vitesse serait nulle.

Le décollement des filets fluides situés près du fond se traduit expérimentalement, soit par soulèvement en présence de films laminaires extrêmement minces, et dont les résultats sont tout à fait comparables à ceux que l'on pourrait déduire du calcul théorique, soit par émission de cornes lorsque la couche limite est plus épaisse, c'est-à-dire lorsqu'elle est partiellement ou totalement turbulente.

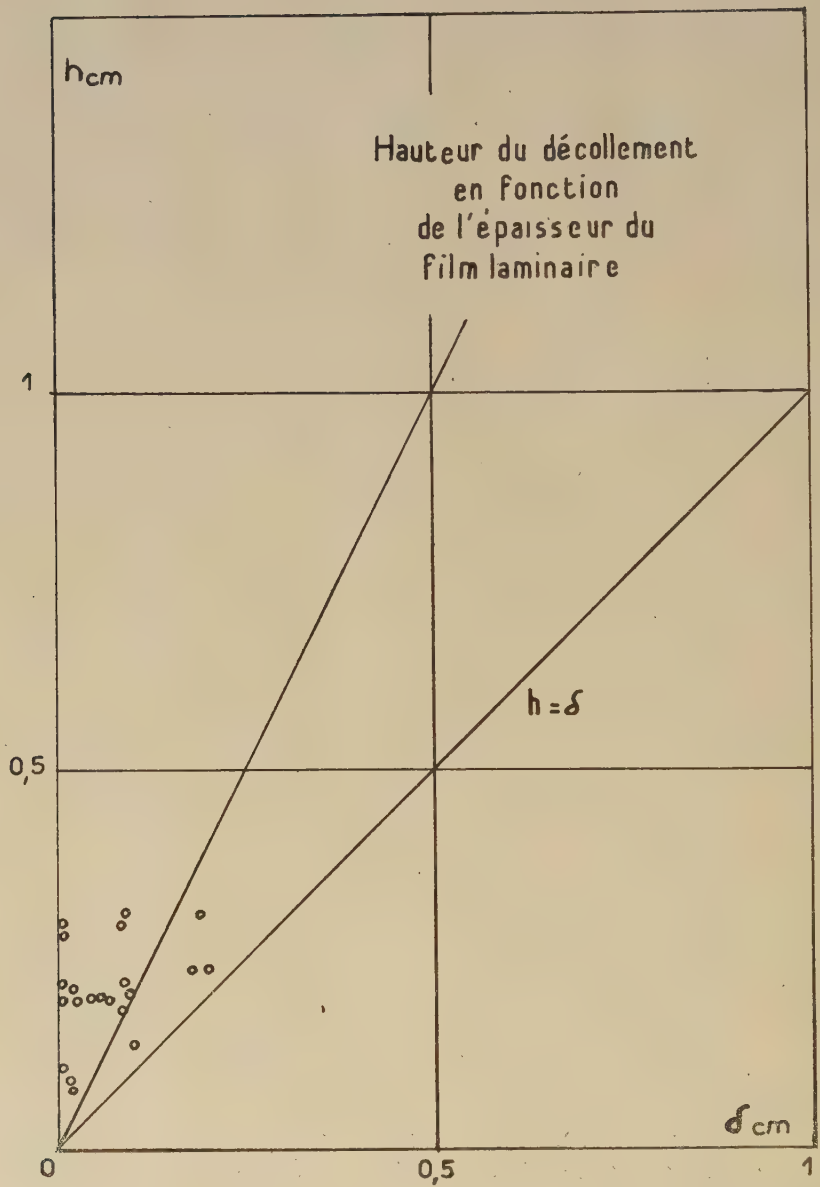
Nous avons porté sur le *graphique 3,14* la hauteur des cornes observées en fonction de l'épaisseur effective de la couche limite. A l'exception de quelques valeurs correspondant à une couche limite d'épaisseur extrêmement faible, rentrant dans le cadre du film laminaire partiel, on peut admettre que la hauteur maximum des cornes est comprise entre 1 à 3 fois la valeur de la couche limite. En fait, dès que la couche limite devient relativement épaisse, la hauteur des cornes, par rapport à la couche limite, se limite entre 1 fois à 1,5 fois l'épaisseur de cette couche limite. On doit donc admettre que la présence du décollement introduit une perturbation dans l'écoulement, au-dessus de la couche limite, pouvant atteindre de 1 à 3 fois l'épaisseur de la couche.

Sur le *graphique 3,15*, nous avons figuré les hauteurs des cornes observées pour de très faibles épaisseurs de la couche limite, c'est-à-dire pour une couche limite en principe laminaire ou, dans le cas d'observations avec des sources colorantes de très faibles dimensions, pour une partie seulement de la couche limite laminaire. Dans ce cas, les points remplissent tout un angle du plan correspondant à des décollements limités à 3 millimètres de hauteur, mais pouvant correspondre, pour de très faibles épaisseurs du sous-film laminaire observé, à un rapport hauteur du décollement sur épaisseur du film laminaire extrêmement élevé.

Ainsi que nous l'avons montré dans les conséquences de la théorie mathématique, si nous observons le film des particules situées au contact du fond et ne correspondant qu'à une partie de la couche limite — or, les résultats portés sur le *graphique 3,11*, nous ont montré que suivant l'épaisseur de la source colorante, on pouvait n'observer qu'une partie de la couche limite réelle — le décollement maximum correspond théoriquement à la même valeur que pour la partie supérieure de la couche limite. On peut donc obtenir un rapport tendant pratiquement vers l'infini.

D'après les études théoriques que nous avons effectuées, la hauteur du décollement devrait être égale, si la hauteur moyenne du fond coloré assimilée à la hauteur de la couche limite était égale à l'épaisseur caractéristique théorique, au double de cette épaisseur.

En fait, le front coloré étant déterminé par la zone animée d'un mouvement, de translation moyen dans le sens de propagation de la houle, cette épaisseur varie entre une à deux fois l'épaisseur caractéristique théorique. En consé-



Graphique: 3,15

quence, le décollement devrait couvrir une hauteur comprise entre une à deux fois l'épaisseur observée de la couche limite, lorsqu'on considère l'ensemble de celle-ci. Il sera possible toutefois d'observer des décollements correspondant à plus de deux fois l'épaisseur du film laminaire observé, si on rapporte, en fait, cette hauteur de décollement à une fraction du film laminaire; de plus, l'existence d'un décollement de la couche limite introduit des perturbations sous forme de cornes dans la partie du fluide située au-dessus de la couche limite l'épaisseur des cornes devant être comprise entre une à deux fois l'épaisseur de la tranche de fluide considérée [1].

IX. INFLUENCE DE LA RUGOSITÉ

Avant de clore l'exposé des résultats d'expérience concernant la couche limite des mouvements progressifs périodiques cylindriques, nous voudrions tenter de préciser l'influence de la rugosité et de la pente du fond sur le développement du phénomène.

Nous rappelons que nos expériences sur les couches limites des mouvements cylindriques périodiques progressifs, ont été effectuées en considérant cinq rugosités différentes, comprises entre une rugosité absolument nulle (plaque de verre) et une rugosité très importante (2 à 5 mm, rugosité moyenne 3 mm).

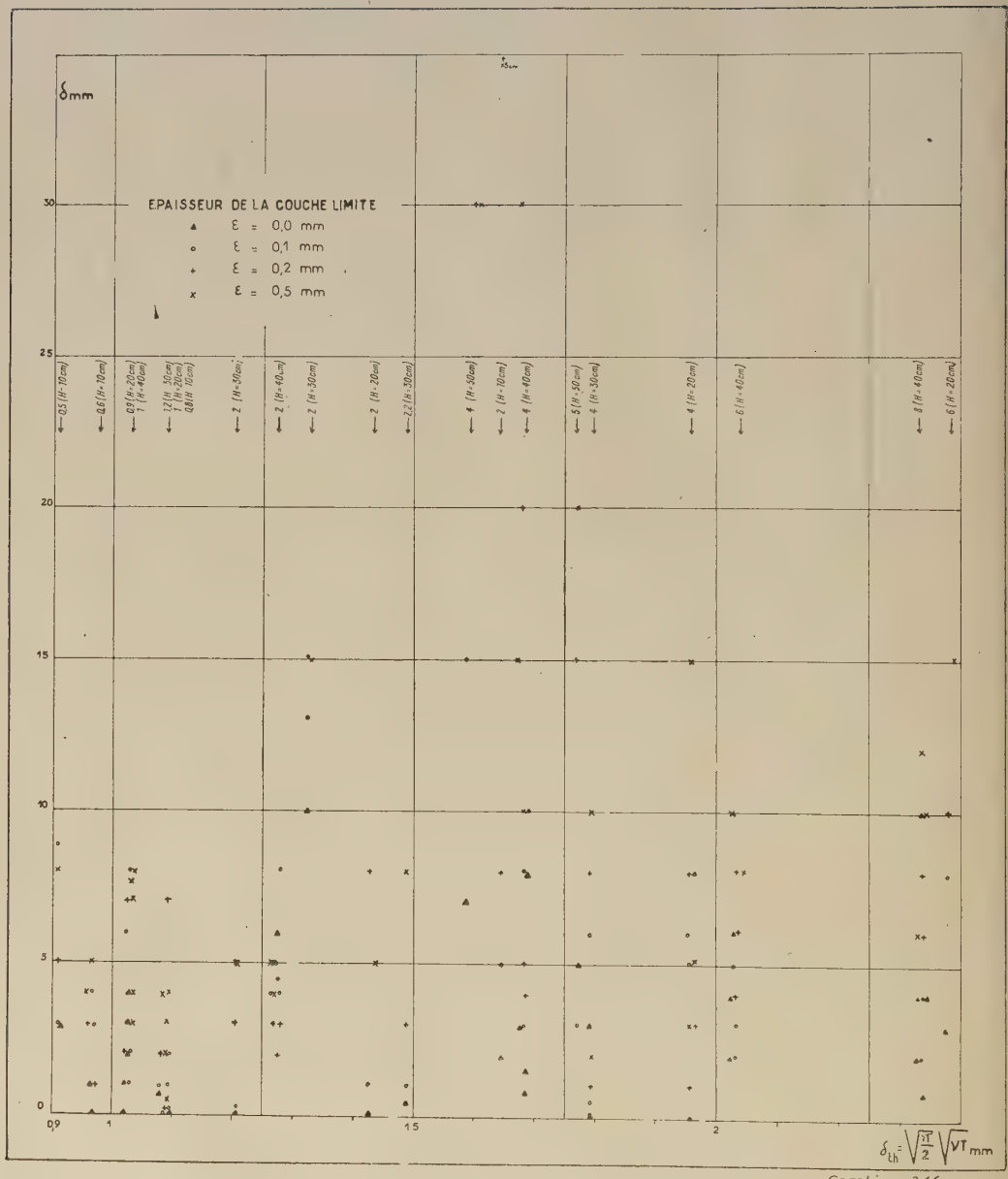
Le *graphique 3,11* a schématisé les observations de l'épaisseur de la couche limite en fonction de l'épaisseur caractéristique théorique, sans différencier la valeur de la rugosité qui, dans ces expériences, ne dépassent pas 0,5 mm.

Sur le *graphique 3,16*, nous avons placé les épaisseurs de la couche limite, observées pour des rugosités inférieures ou égales à 0,5 millimètre, en fonction de l'épaisseur caractéristique théorique de la couche limite, et en différenciant les résultats suivant les valeurs de la rugosité.

Dans l'ensemble, on peut admettre que les rugosités correspondant à des valeurs de 0,1 mm, ou absolument nulle, sont totalement comparables, eu égard à l'épaisseur caractéristique théorique de la couche limite envisagée au cours des expériences.

Par contre, les rugosités de 0,2 ou mieux de 0,5 mm correspondent, en général, à des couches limites légèrement plus importantes. En général, ces couches limites plus importantes sont d'ailleurs (voir *graphique 3,11*) des couches limites partiellement turbulentes, et l'influence de la rugosité sur la caractéristique de la couche limite a été mise en évidence par la relation entre le paramètre caractéristique de turbulence X_1^{δ} et la valeur de la rugosité.

[1] Il importe de préciser que les mesures de hauteur de décollement et d'épaisseur de cornes ont été effectuées avant les considérations théoriques du chapitre II; le fait que les résultats soient en concordance très satisfaisante avec le schéma théorique précédemment défini, donne donc à celui-ci une valeur explicative particulièrement intéressante, dans l'état actuel de nos connaissances.



Graphique: 3,16

Il semble donc établi que la valeur de la rugosité a une influence certaine sur l'observation des mouvements à couche limite turbulente ou partiellement turbulente; on peut admettre, à la suite des résultats d'expériences, que la rugosité a une influence sensible dès que celle-ci est supérieure au quart de l'épaisseur théorique maximum de la couche limite laminaire, et qu'elle joue un rôle important dans la probabilité d'émission de turbulence diffuse.

En ce qui concerne les mouvements totalement turbulents, nous n'avons jamais observé de sous-film laminaire pour la rugosité la plus forte $\varepsilon = 3$ mm. Les sous-films laminaires que nous avons observés en général, correspondent à des épaisseurs inférieures à l'épaisseur caractéristique théorique. Ce résultat est d'ailleurs en accord avec les résultats classiques relatifs aux couches limites et l'on peut admettre, comme ordre de grandeur, pour le sous-film laminaire de la couche limite turbulente, le quart ou le cinquième de l'épaisseur caractéristique théorique. Dans ces conditions, le sous-film laminaire de nos expériences devrait correspondre à des valeurs comprises entre 0,2 et 0,5 mm, ce qui explique que la rugosité maximum, c'est-à-dire 3 mm, se soit comporté comme un fond hydrauliquement rugueux détruisant totalement le film laminaire. Mais le fait que l'on ait rarement observé de sous-films laminaires pour une rugosité de 0,5 mm, alors que celui-ci était presque toujours observé pour la rugosité de 0,2 mm, a conduit à admettre que le fond peut être considéré comme hydrauliquement lisse, dans un mouvement turbulent, lorsque la rugosité est inférieure, ou égale au quart de l'épaisseur caractéristique théorique de la couche limite [1].

[1] Il est intéressant de relier de façon pratique les résultats obtenus aux propriétés classiques de l'influence de la rugosité sur les couches limites turbulentes dans le cas de la plaque plane et en particulier aux formules (2,6 *b*). L'épaisseur du film laminaire peut être évaluée à quelques dizièmes de millimètres (0,1 mm $< \varepsilon <$ 0,3 mm) et on peut admettre :

$$\delta_b \neq 0{,}2 \quad \delta_{th}$$

Les formules (2, 6 *b*) peuvent alors être appliquées aux couches limites turbulentes des houles. c'est-à-dire que :

— la rugosité sera sans effet (fond hydrauliquement lisse) si :

$$\frac{\varepsilon}{\delta_b} < \frac{1}{3} \text{ (pratiquement } 0 < \varepsilon < 0{,}15 \text{ mm)};$$

— l'influence de la rugosité sera totale (absence de sous-film laminaire) si

$$\frac{\varepsilon}{\delta_b} > 8 \text{ (pratiquement } \varepsilon \text{ moy} = 3 \text{ mm)};$$

— le fond sera hydrauliquement rugueux et influencera l'épaisseur de la couche limite turbulente, et la stabilité du sous-film laminaire lorsque $\frac{1}{3} < \frac{\varepsilon}{\delta_b} < 8$.

X. INFLUENCE DE LA PENTE DU FOND

Nous avons mis à profit les expériences que nous avons réalisées pour observer la couche limite des houles de laboratoire, lorsque celles-ci abordent une pente ou se développent le long d'une pente constante.

En pratique, il a été réalisé, à l'extrémité du canal vitré du laboratoire, des pentes continues de 1 %, 2 %, 5 %, le canal restant dans sa plus grande longueur à fond horizontal. Les études ont été effectuées au début de la pente, et en une ou deux sections situées à une certaine distance du début de la pente — houle établie se propageant le long d'une pente. La rugosité des pentes et des fonds horizontaux précédant la pente était uniformément égale à 0,2 mm.

Les observations étaient relativement malaisées, en particulier lorsqu'il convenait de différencier les mouvements partiellement turbulents, et totalement turbulents, car il semble que l'existence d'un fond incliné favorise, d'une façon très générale, la diffusion de turbulence.

REPÈRE de la HOULE	FOND HORIZONTAL				PENTE 1 %								PENTE 2 %							
	H = 40 cm				H = 39,5 cm				H = 36 cm				H = 39,5 cm				H = 36 cm			
	T	P	L	X_1^δ	T	P	L	X_1^δ	T	P	L	X_1^δ	T	P	L	X_1^δ	T	P	L	X^δ
11.....	..	×	..	3,4	..	..	×	3,7	..	..	×	4,4	..	×	..	3,7	..	×	..	4,4
12.....	..	×	..	6,8	..	..	×	7,4	..	..	×	8,9	..	×	..	7,4	..	×	..	8,8
13.....	..	×	..	10,2	..	..	×	11,2	..	..	×	13,3	×	×	..	11,2	×	×	..	13,3
80,25...	..	×	..	18,1	..	×	..	18,3	..	×	..	18,2	×	×	..	18,3	×	×	..	18,2
21.....	..	×	..	18,4	..	..	×	19,0	..	×	..	20,4	..	×	×	19,0	..	×	..	20,4
60,5....	..	×	..	29,9	..	..	×	30,2	..	×	..	30,6	..	×	..	30,2	..	×	..	30,6
80,5....	..	×	..	36,2	..	×	..	36,6	..	×	..	36,5	..	×	..	36,6	..	×	..	36,5
22.....	..	×	..	36,8	..	..	×	38,0	..	..	×	40,8	..	×	..	38,0	..	×	..	40,8
41.....	..	×	..	43,2	..	×	..	44,1	..	×	..	46,5	×	×	..	44,1	×	..	..	46,5
23.....	..	×	..	55,2	..	..	×	57,0	..	..	×	61,2	..	×	..	57,0	×	×	..	61,2
61.....	..	..	×	59,8	..	..	×	60,4	..	×	×	61,2	×	..	..	60,4	×	..	..	61,2
81.....	..	×	..	72,4	..	×	×	73,2	..	×	..	73,0	..	×	..	73,2	×	×	..	73,0
42.....	..	×	..	86,4	..	×	..	88,2	..	×	..	93.0	..	×	..	88,2	..	×	..	93,0
62.....	×	..	..	120,0	..	..	×	120,8	..	×	×	122,4	×	..	..	120,8	×	..	..	122,4
43.....	×	..	..	129,6	×	×	..	132,3	×	×	..	139,5	×	×	..	132,3	×	×	..	139,5

Les résultats des observations figurent sur le *tableau 3,17.*

A l'examen de ce tableau, on peut énoncer les conclusions suivantes, qui auront toutefois intérêt à être recoupées par des essais complémentaires, effectués dans des circonstances différentes :

— l'existence d'une pente faible (1 %) semble constituer un facteur de stabilité de l'écoulement près du fond. Cette constatation peut s'expliquer par le fait que l'énergie dissipée par frottement équilibre sensiblement l'augmentation d'énergie des zones profondes du mouvement provoqué par l'action de convergent du fond vis-à-vis de la propagation de l'énergie;

— l'existence d'une pente appréciable ($\geqslant 2$ %) semble constituer un facteur d'instabilité de l'écoulement. Le paramètre X_1, caractéristique d'une couche limite totalement turbulente, qui est d'environ 120 pour un fond horizontal et pour une rugosité de $\varepsilon = 0{,}2$ millimètre, devient de l'ordre de 50 pour des pentes de 2 % ou 5 %;

— pour des valeurs de X_1 inférieures à la valeur caractéristique, une pente $\geqslant 2$ % semble constituer un facteur favorable à l'émission de turbulence diffuse.

				PENTE 5 %															
H = 32 cm				H = 39 cm				H = 32 cm				H = 25 cm				H = 20 cm			
T	P	L	X_1^{δ}	T	P	L	X_1^{δ}	T	P	L	X_1^{δ}	T	P	L	X_1^{δ}	T	P	L	X_1^{δ}
..	×	...	5,7	...	×	×	3,7	...	...	×	5,7	...	...	×	8,6	...	×	×	11,3
..	×	...	11,3	...	...	×	7,4	...	...	×	11,3	...	×	...	17,1	...	×	...	22,6
×	×	...	17,0	...	...	×	11,0	...	×	×	17,0	...	...	×	25,7	...	×	...	33,9
×	×	...	18,4	...	...	×	18,2	...	...	×	18,4	...	...	×	18,6	...	...	×	18,8
..	×	×	22,7	...	×	×	19,0	...	×	×	22,7	...	...	×	26,6	...	...	×	29,2
..	×	×	31,2	...	...	×	30,2	...	...	×	31,2	...	...	×	31,8	...	×	×	32,1
×	×	...	36,8	...	...	×	36,5	...	...	×	36,8	×	...	...	37,2	×	...	...	37,6
..	×	...	45,4	...	...	×	38,1	...	×	×	45,4	...	×	...	53,1	...	×	...	58,4
×	...	...	46,4	...	...	×	44,1	...	×	...	46,4	×	×	...	49,0	×	...	...	50,3
×	...	...	68,1	...	×	...	57,1	...	×	...	68,1	...	×	...	79,7	×	...	...	87,6
×	×	...	62,4	...	×	×	60,5	...	×	...	62,4	×	...	...	63,6	×	...	...	64,2
×	...	...	73,6	...	×	...	73,0	×	...	...	73,6	×	...	...	74,4	×	...	...	75,2
×	...	...	92,8	×	×	...	88,2	×	...	...	92,8	×	...	...	98,7	×	...	...	100,6
×	...	...	124.8	×	...	...	121,0	...	×	...	121,8	×	...	...	127,2	×	...	...	128,4
×	...	...	139,2	×	...	...	132,3	×	...	...	139,2	×	...	...	147,0	Déferlement			150,9

Tableau 3,17.

— toutefois, à proximité du fond horizontal (H = 39,5 cm), l'influence du paramètre que constitue la pente est beaucoup moins sensible. Il semble que la courbure positive du fond soit d'ailleurs un élément de stabilité (résultat comparable au cas classique de la couche limite).

Ces résultats sont à rapprocher de la forme à courbure positive — soit à pente légèrement croissante jusqu'à la zone de déferlement — que présente le profil d'équilibre d'une plage en matériaux affouillables sous l'action d'une houle de caractéristiques relativement constantes; le profil d'équilibre correspondrait à la stabilité maximum du mouvement du fluide. Mais, dès que les caractéristiques de la houle varient, ce profil ne correspond plus à un état d'équilibre, la pente devient alors un facteur d'instabilité et favorise ainsi l'évolution des fonds.

CHAPITRE IV

MOUVEMENTS DES MATÉRIAUX SOUS L'EFFET DE LA HOULE

Introduction.

Dans le présent chapitre, nous exposerons les résultats des expériences que nous avons effectuées, relativement aux mouvements des matériaux de fond sous l'action de mouvements progressifs périodiques cylindriques d'un fluide; nous distinguerons, au cours de cette étude, les mouvements des matériaux pulvérulents tels que le sable, et les mouvements des matériaux engendrant avec le fluide une phase visqueuse, généralement dénommée vase.

Comme nous le verrons, les mouvements de matériaux qui ont été observés, et dont certains n'ont, à notre connaissance, jamais été mis nettement en évidence, ne peuvent s'expliquer que par l'extension des résultats propres à la couche limite que nous avons énoncés précédemment.

Nous nous bornerons d'ailleurs, dans cette étude, à la description des mouvements de matériaux, qui dépendent directement des caractéristiques hydrauliques du mouvement du fluide, et plus particulièrement des caractéristiques de la couche limite, mais nous ne nous attacherons pas à l'étude de l'influence des caractères géologiques ou sédimentologiques du matériau sur le comportement de ce dernier, l'étude détaillée de ces phénomènes sortant du cadre de cette étude.

Signalons, toutefois, qu'une telle étude est actuellement effectuée au Laboratoire central d'hydraulique de France par M. Migniot, Ingénieur de ce Laboratoire, qui nous a par ailleurs apporté son concours actif dans l'étude des mouvements de vase sous l'action de la houle, que nous exposons dans la deuxième partie de ce chapitre.

A. — MOUVEMENTS DES MATÉRIAUX PULVÉRULENTS

I. ÉTUDES RÉCENTES CONCERNANT LES MOUVEMENTS DE MATÉRIAUX SOUS L'ACTION DE LA HOULE

De nombreux ouvrages ont été publiés, qui traitent du mouvement et du transport des matériaux — et en particulier des sables — sous l'action de la

houle. La majorité de ces études concerne essentiellement le transport littoral ou les transports provoqués par des courants (rip-currents, courants de fond, courants de masse); d'autres donnent des renseignements fragmentaires sur le profil d'équilibre des plages de sable sous l'action moyenne de la houle. L'ensemble de ces études représente une documentation extêmement intéressante; mais rares sont les auteurs qui se sont précoccupés du mouvement des matériaux provoqué, en eau profonde ou moyennement profonde, par l'action d'une houle cylindrique sur le fond; quant à la corrélation existant entre les mouvements de matériaux et les phénomènes de couche limite, elle n'est qu'effleurée lorsqu'il en est question.

Trois études méritent toutefois une mention spéciale par le sujet qu'elles traitent et les résultats récents qu'elles apportent.

a. *Étude de* M. LARRAS sur l'effet de la houle et du clapotis sur les fonds de sable, présentée aux IV^es^ Journées de l'Hydraulique, 1956 [15].

L'étude de M. LARRAS a essentiellement porté sur les limites inférieures d'érosion alternative des fonds de sable sous l'action d'un clapotis. Le critère adopté par M. LARRAS pour définir le seuil d'érosion des sables correspond, non aux mouvements des grains en surface, mais essentiellement à l'apparition d'une érosion périodique sur le fond, du type ride, pouvant d'ailleurs ne s'effectuer au'au bout d'un temps relativement long. Les études de M. LARRAS ont, d'autre part, permis de déterminer les profondeurs maxima d'érosion sous l'influence d'un clapotis. Quelques essais ont été également réalisés, en ce qui concerne l'action des houles pures sur les fonds de sable. Nous nous servirons des résultats obtenus par cet auteur au cours de nos études.

b. *Communication de* MM. VINCENT et RUELLAN au Comité technique de la S.H.F. en juin 1957, intitulée *Mouvements solides provoqués par la houle sur un fond horizontal* [43].

Les essais effectués par MM. VINCENT et RUELLAN au Laboratoire hydraulique de la S.O.G.R.E.H.A. étaient, en certains points, comparables, dans leur but, à ceux que nous avons effectués au Labratoire central d'hydraulique de France. Ils ont distingué trois formes de mouvements de sable : mouvement de grains en surface, formation des rides, mise en saltation.

Ces auteurs se sont particulièrement attachés à déterminer, dans la mesure du possible, les débits qui pouvaient être provoqués par l'action de la houle sur des fonds de sable. Il aurait été souhaitable que leurs travaux soient publiés, ce qui nous aurait permis d'augmenter le nombre des points expérimentaux que nous avons réunis pour notre étude. Mais si, dans l'ensemble, leurs résultats d'expériences sont comparables aux nôtres, ces auteurs n'ont pas donné d'explication en ce qui concerne les processus fondamentaux de formation des rides; ils ont, d'autre part, attribué aux courants de masse, le transport des sables près du fond, alors que celui-ci doit être relié directement à la vitesse moyenne, qui se développe dans une couche limite laminaire ou partiellement turbulente, phénomène qui constitue une loi générale indépendamment des conditions aux limites.

c. *Étude de* M. Madhav Manohar [20] publiée dans le Beach Erosion Board, nº 75, 1955.

Cette étude est particulièrement intéressante car l'auteur se proposait d'étudier le mécanisme du mouvement des sédiments sur le fond, sous l'action des vagues, en les reliant directement aux phénomènes de couche limite. En fait, cette étude fut le prolongement de celle effectuée par M. Huon Li (voir chap. II, par. 1er) sur la stabilité de la couche limite du mouvement des vagues, au Laboratoire de Berkeley (U.S.A.). Ce dernier avait effectué une étude purement hydraulique, et M. Madhav Manohar a utilisé la même méthode pour étudier le mouvement des sédiments de fonds (sable) sous l'action de la houle. Nous rappelons que cette étude, dans le but de couvrir un domaine comprenant, en particulier, les houles réelles, avait consisté à faire osciller le fond du canal d'essais, dont la masse d'eau restait immobile; le matériau mobile, déposé sur le fond, oscillait avec celui-ci.

L'auteur reconnaît lui-même que les résultats obtenus, concernant les mouvements de matériau, sont sujets à de nombreuses réserves, par suite des effets de vagues stationnaires et courants secondaires, qui pouvaient être engendrés par la paroi. D'autre part, les réserves que nous avons formulées, au sujet de l'étude hydraulique effectuée dans les mêmes conditions, sont à fortiori valables pour cette étude : la masse d'eau restant immobile, l'oscillation du fond est d'autant moins justifiable dans ce cas, qu'il s'ajoute une force d'inertie des grains non négligeable, et le mouvement ainsi représenté est périodique en fonction du temps, mais non point en fonction du parcours des molécules.

Malgré ces restrictions, les études de M. Madhav Manohar sont particulièrement intéressantes, car elles ont fait apparaître la possibilité de mouvements dont les processus sont tout à fait différents, suivant l'amplitude des mouvements envisagés sur le fond :

1. Mouvements isolés des grains;
2. Formation des rides;
3. Disparition des rides et mise en saltation des grains.

La partie de nos études, qui concernait les matériaux de faible densité, a mis en évidence les mêmes étapes, mais nous n'avons pu retrouver, avec les houles de laboratoire, la troisième étape « disparition des rides et mise en saltation », pour des matériaux de densité supérieure à 2.

Étant donné qu'il est certain qu'une telle mise en saltation s'effectue dans la nature pour les houles de tempête, il est particulièrement intéressant qu'au cours de ses essais M. Madhav Manohar ait pu réaliser ce phénomène.

Ces résultats permettent, en fait, d'extrapoler dans une large mesure les résultats de nos expériences.

D'autre part, M. Madhav Manohar a constaté que l'apparition d'un mouvement totalement turbulent du fluide, au-dessus des matériaux, avait lieu lorsque les grains étaient mobiles, bien plus tard que lors des études de M. Huon Li, effectuées avec des rugosités fixes.

Ce résultat est à rapprocher des conclusions auxquelles nous avons abouti, au cours de cette étude, concernant la stabilité relativement grande de l'écoulement au-dessus des rides, et l'existence de couche limite à caractéristiques laminaires lors de la mise en suspension du matériau dans la masse.

II. OBSERVATIONS EFFECTUÉES SUR LES MOUVEMENTS DE MATÉRIAUX PULVÉRULENTS

1° Condition de réalisation des essais.

Les essais relatifs aux mouvements de matériaux ont été réalisés dans le grand canal vitré du Laboratoire central d'Hydraulique de France déjà utilisé pour l'étude de la couche limite des houles monochromatiques cylindriques de laboratoire.

a. *Caractéristiques des matériaux utilisés.*

Les études ont porté sur sept matériaux différents, dont les caractéristiques physiques figurent dans le tableau ci-dessous.

Une étude complète a été faite pour les quatre premiers matériaux, différent soit par la densité, soit par la granulométrie.

MATÉRIAU UTILISÉ	DENSITÉ	DIAMÈTRE MOYEN	VITESSE DE CHUTE moyenne
Bakélite	1,45	0,075 cm	3,6 cm/s
	1,45	0,028 cm	1,4 cm/s
Sable de Seine	2,60	0,075 cm	9 cm/s
	2,60	0,028 cm	3,9 cm/s
Sable de Fontainebleau	2,60	0,018 cm	4,1 cm/s
Soufre	1,88	0,075 cm	7,7 cm/s
	//	0,028 cm	2,8 cm/s

b. *Caractéristiques des houles.*

La houle reproduite dans le canal avait une longueur d'onde variant de 1 à 8 m. Les expériences furent reprises pour trois hauteurs d'eau différentes : 30, 40 et 50 cm. La cambrure s'échelonnait de 0,25 à 6,6 %, la houle devenant ensuite rapidement irrégulière. Quelques essais supplémentaires ont été réalisés avec 20 cm d'eau, pour des houles de 2 L = 4 m puis 2 L = 6 mètres, et des cambrures variant de 1 à 3,5 %.

c. *Mode opératoire.*

Le matériau était étendu sur une couche de 30 cm de long, 10 cm de large et 2 cm de hauteur. Avant chaque essai, la surface de la couche était rendue parfaitement plane. Pour chaque essai, on laissait agir la houle pendant une demi-heure environ.

2° Description des phénomènes observés.

Les différents mouvements de matériaux, qui se développent sous l'action d'un mouvement progressif périodique cylindrique du fluide situé au-dessus du matériau, peuvent revêtir trois formes différentes :

— déplacement en surface d'un nombre limité de grains;
— formation de rides régulières, avec ou sans déplacement, et évolution de ces rides;
— mise en saltation d'une quantité importante de matériaux, avec déplacement en masse de celui-ci.

a. *Mouvement en surface.*

Du point de vue expérimental, il faut distinguer le mouvement à la surface d'un fond rigide de quelques grains isolés de matériaux et le mouvement en surface d'un massif pulvérulent relativement homogène.

Les grains isolés de matériaux, à la surface d'un fond rigide (fond de ciment du canal expérimental), sont animés d'un mouvement de va-et-vient, par roulement ou saltation sur le fond, et ceci pour des amplitudes de houles relativement faibles. Leur mouvement aller est, toutefois, plus important que leur mouvement retour, de sorte qu'ils sont animés d'un mouvement moyen, dans le sens de propagation de la houle, comparable au mouvement moyen de la couche limite.

L'étude des conditions critiques de mise en mouvement des grains isolés, n'a pas semblé devoir conduire à des résultats pratiques intéressants, par suite des facteurs très diversifiés intervenant dans le processus (coefficient de forme, rugosité, stabilité du mouvement, dimension des grains, etc.).

Le mouvement de grains à la surface d'un massif pulvérulent relativement homogène s'observe pour des houles de faibles amplitudes. Leur mouvement visualise, en quelque sorte, celui des particules du fluide près du fond : mouvement alternatif, avec résultante moyenne dans le sens de propagation de la houle. Ce mouvement en surface des grains cesse, en général, au bout d'un certain temps, soit par élimination de ces grains en dehors du massif pulvérulent, et l'on observe alors une progression de ces grains sur le fond rigide du canal, soit par suite de l'incorporation des grains dans le massif homogène, les grains s'enchevêtrant les uns dans les autres.

Pour certaines houles d'amplitude assez faible (houle 60,5 par exemple), on observe, en début d'expérience, un léger mouvement en surface, qui disparaît au bout d'un certain temps; les grains s'étant calés les uns contre les autres, il n'y a plus d'oscillations, même sur place.

Le mouvement en surface, pour le sable, c'est-à-dire pour un matériau pulvérulent de forte densité, n'est que rarement observé. En général, dès qu'il y a mouvement, des rides se forment.

Pour des caractéristiques de houles correspondant à la limite de la formation des rides, on peut toutefois observer des mouvements de grains s'apparentant à un mouvement en surface, mais intéressant une quantité plus importante de matériau. Ces mouvements, à l'opposé de ceux des grains isolés, semblent dépendre étroitement des perturbations apportées par le décollement de la couche limite permettant l'aspiration des grains à la couche de matériau.

b. *Formation des rides.*

Suivant un processus que nous analyserons ci-dessous, dès que le mouvement en surface devient relativement important, on observe, à la surface du massif pulvérulent, la naissance de rides régulières.

L'existence de rides stables constitue, en général, la preuve d'un équilibre dynamique, accompagné de formation de tourbillons émis à des intervalles de temps égaux à la période de la houle, et entraînant la mise en suspension d'une partie du matériau.

On observe des projections de matériau, qui entraînent la formation régulière des rides et la génération de rides nouvelles. Corrélativement, se développe une turbulence partielle de la couche limite, qui propage la formation des rides par la houle.

Ces rides peuvent être animées de mouvements de translation moyens non négligeables, en général dirigés dans le sens de propagation de la houle.

Dans une zone de rupture de pente, on observe assez fréquemment le cheminement, dans le sens opposé à la propagation de la houle, des trains de rides. Il s'agit alors d'un processus relativement complexe lié à l'évolution de la couche limite, qui tend à rétablir la continuité du mouvement. En introduisant une source colorante au sein du massif pulvérulent, on observe, dans le cas du recul des rides, les phénomènes suivants :

— il se forme une traînée colorée se dirigeant dans le sens de propagation de la houle, sur une épaisseur de l'ordre de 2 mm;

— au-dessus de cette zone marginale, située à la limite supérieure du massif pulvérulent, existe une zone, dont la résultante du mouvement moyen est dirigée en sens inverse, d'épaisseur moyenne de l'ordre de 5 mm environ;

— une diffusion, plus prolongée du permanganate, met en évidence la composante du courant de masse du fluide dans le sens de propagation de la houle.

c. *Mouvement en masse.*

Une houle de forte amplitude agit en profondeur sur la couche de matériau, et met ainsi la couche en suspension sur une épaisseur importante. Le grain individualisé est alors entraîné rapidement dans le sens de propagation de la houle. Le processus s'explique par l'action, en profondeur,

dans le massif pulvérulent, du gradient de pression dû à la houle. Il semble, en effet, que la mise en suspension soit le résultat des différences de pression existant entre les faces horizontales opposées de chaque grain.

Dans le cas de bakélite, dont le diamètre moyen des grains est de 0,28 mm ceux-ci se regroupent toujours pendant la phase retour du mouvement de la houle, en donnant l'impression de rides, même lorsqu'il y a mouvement de toute la couche. Avec ce matériau, pour certaines caractéristiques de houles, au début de l'expérience, la couche est mise en suspension sur toute son épaisseur, puis, lorsque son épaisseur est réduite par la houle à 0,5 cm environ, il se forme, sur les 0,5 cm de matériau restant, des rides régulières progressant lentement vers la plage d'amortissement, suivant le processus décrit précédemment.

Tant que la couche est assez épaisse pour qu'il y ait projection, elle s'étend à l'arrière, bien que l'ensemble ait un mouvement de translation vers la plage. Dès qu'il n'y a plus projection, tout le matériau remonte vers la plage.

En haut de la pente, on a quelquefois observé la formation de rides à l'arrière de la couche et un départ en masse à l'avant (par exemple avec la houle 41) mais ce cas est exceptionnel.

Ces observations ne sont pas contradictoires, mais mettent en évidence les différences fondamentales du processus qui régit les divers phénomènes. La formation des rides est un phénomène de stabilisation de l'écoulement, par formation périodique de tourbillons, tandis que la mise en saltation dépend essentiellement du gradient de pression existant dans la couche de matériau pulvérulent.

III. FORMATION DES RIDES

1° Naissance et processus de formation des rides (*schéma 4,1*).

Pour que les caractéristiques de la houle envisagée soient compatibles avec l'existence de rides, il est nécessaire que le nombre de grains mis en mouvement à la surface du massif pulvérulent soit suffisamment important. Pendant la période au cours de laquelle naissent les rides, et qui correspond à un régime transitoire dans le cadre du développement de l'expérience, les grains sont arrachés au massif d'une façon analogue à celle produisant uniquement les mouvements en surface, c'est-à-dire suivant un processus aléatoire. Ces particules solides révèlent, néanmoins, très rapidement une tendance à se rassembler, pour former une barre perpendiculaire au sens de propagation des lames (configuration présentant la stabilité maximum de l'écoulement).

La distribution, dans le sens longitudinal du canal, de ces barres de très faibles dimensions, est elle-même absolument aléatoire au début du mouvement.

La présence d'une telle barre accentue le décollement de la couche limite au droit de cet obstacle, pendant la période de décélération du mouvement

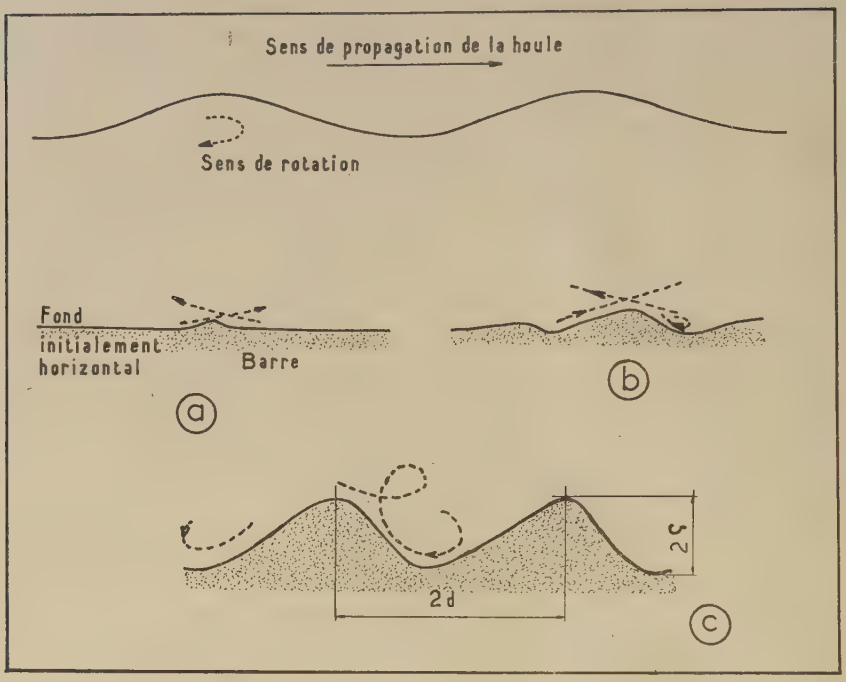


Schéma 4,1

retour, et favorise l'arrachement et la sustentation par aspiration des grains de surface, situés à l'amont de la barre (*schéma 4,1*,a).

La mise en saltation de ces grains facilite l'entraînement de ceux-ci au cours du trajet aller des particules fluides. Les grains du matériau pulvérulent ainsi entraînés se déversent par-dessus la barre initiale. Cette configuration provoque, très rapidement, le décollement de la couche limite, pendant la période de décélération du mouvement aller, et favorise alors l'arrachement des grains situés à l'aval de la barre.

En définitive, l'obstacle que constitue la barre initiale (amorce de rides) tend à intensifier les mouvements de grains, en facilitant leur arrachement et leur mise en saltation de part et d'autre de celui-ci. Les dimensions de cette barre augmentent en même temps que raidit son profil, sous le vent de la houle. Le décollement simple de la couche limite, qui se produit à la fin du trajet aller, fait alors place à un tourbillon qui accentue, à son tour, le creusement au pied aval de la barre.

Jusqu'à l'apparition du tourbillon, phénomène qui doit se produire assez brutalement, lorsque les conditions de l'écoulement au voisinage de la barre le permettent, les particules issues des faces amont et aval de la barre, se déposent, en moyenne, dans des zones bien déterminées, à une distance qui dépend, en premier lieu, des caractéristiques de la houle et des vitesses de chute des grains de matériau. Ces dépôts constituent de nouvelles amorces

de rides, au voisinage desquelles se développent les mêmes phénomènes que ceux décrits plus haut.

Peu après l'apparition des tourbillons (un par ride) suivie d'une intensification des phénomènes de transfert de matériau, la couche présente un profil caractéristique en dents de scie, dont la face la plus raide correspond à la région sous le vent de la houle, la face la moins raide étant exposée au vent de la houle (*schéma 4,1,* b).

La répartition, dans le sens longitudinal du canal, de ces ondulations dissymétriques, n'est toutefois pas définitive; en même temps que le profil des rides se creusent, leur répartition varie jusqu'à être compatible avec l'établissement d'un équilibre dynamique.

Le processus, tel que nous l'avons décrit ci-dessus, est particulièrement net avec les matériaux de faible densité, que nous avons utilisés. La formation de rides sur un lit de sable, sous l'action de houles de laboratoire, est cependant plus long, et moins caractéristique. Le processus est toutefois absolument comparable. Il se forme tout d'abord des zones privilégiées d'arrachement des matériaux de surface, formant des dépressions localisées. Celles-ci s'approfondissent progressivement et s'allongent jusqu'à ce que l'on observe nettement la formation du tourbillon caractéristique des rides. L'allongement du sillon générateur s'effectue en même temps que l'approfondissement de la partie centrale, ce qui explique la forme de croissant, à faible concavité, tournée dans la direction de propagation de la houle, que l'on observe assez souvent.

2° Équilibre apparent des rides.

Ainsi que nous l'avons vu, à une période relativement brève, au cours de laquelle la surface de la couche de matériau, initialement horizontale, se plisse pour présenter un profil en dents de scie, succède une période de pseudo-équilibre dynamique. Le fond continue à être le siège de transferts importants de grains, cependant que le contour extérieur des rides semble présenter une stabilité définitive.

Lorsque cet état est atteint, l'ensemble des mouvements des particules du fluide et des particules solides se développe de la façon suivante :

α. Pendant le trajet aller du fluide sain, les forces de frottement développées dans la couche limite provoquent la remontée d'une certaine quantité de matériau le long de la face la moins raide de la ride qui vient se déverser par-dessus la crête de la ride sur la face aval de celle-ci;

β. Pendant la décélération du mouvement aller des particules du fluide sain au-dessus de la partie aval de la ride, il se forme un tourbillon qui constitue l'une des caractéristiques de l'évolution des phénomènes marginaux près du fond [il importe, pour bien situer le problème, de considérer que le deuxième phénomène se produit avec un certain retard dans le temps, par rapport au premier phénomène, par suite du déplacement dans l'espace. En effet, lorsque l'on parle de trajet aller ou retour, celui-ci dépend de la

variable ($bt - ax$)]. Les variations de pression consécutives à la formation du tourbillon, assure l'arrachement des particules solides du fond, et leur mise en suspension. De plus, le tourbillon reprend une partie du matériau déplacé en α;

γ. Ce tourbillon évolue et s'élève au-dessus du niveau de la ride entraînant une partie importante des grains de matériau mis en suspension;

δ. Pendant le trajet retour des particules du fluide sain, le tourbillon est entraîné, ainsi que les particules en suspension, vers l'arrière de la ride.

L'ensemble du mouvement s'effectue, en définitive, au cours d'une période égale à celle de la houle (2 T).

Le mouvement près du fond est alors devenu périodique dans le temps, et stationnaire dans l'espace (phénomène analogue aux ondes stationnaires du clapotis) [1].

3° Évolution des rides.

Alors que le passage de chaque lame continue à soumettre les particules solides à un régime oscillatoire dissymétrique, une observation attentive du comportement des rides révèle que celles-ci sont l'objet d'une lente évolution.

On assiste d'abord à une régression et (ou) à une progression de certaines d'entre elles, jusqu'à obtention d'un état d'équilibre conforme aux rides régulières de la nature. L'équilibre est atteint lorsque le tourbillon se reproduit avec des caractéristiques fixes, ce qui détermine l'amplitude des rides (2 s) et lorsque la quantité de matériau qui est apportée à l'aval de la ride est égale à la quantité de matériau emportée par suite de la mise en saltation sous l'action du tourbillon : ce qui détermine la distance entre rides ($2d$) [*schéma 4,1,c*].

La formation d'un tourbillon de sens opposé au tourbillon précédemment décrit, c'est-à-dire un tourbillon se formant lors de la décélération du mouvement retour des particules s'observe lorsque l'amplitude des rides devient relativement importante par rapport à la distance entre les rides. Son intensité est, en général, inférieure à celle du tourbillon lié au mouvement de retour, mais il joue toutefois un rôle de stabilisateur vis-à-vis de la ride. En particulier, les mouvements deviennent plus symétriques, et la résultante du mouvement de la couche limite dans le sens de propagation de la houle devient négligeable.

En fait, la formation des rides correspond à une modification importante de la couche limite; d'une part, les orbites des particules liées au fluide ne correspondent plus au mouvement de particules représenté valablement par les équations du fluide sain qu'à une distance au-dessus de la ride au

[1] Cette remarque ne constitue pas qu'une image; elle explique, en fait, pourquoi la formation des rides, en présence d'un clapotis total ou partiel, est influencée par les distances entre ventres et nœuds.

moins égale à trois ou quatre fois l'amplitude des rides, et, d'autre part, le mouvement dans la zone marginale reste périodique en fonction du temps, mais n'est plus une fonction périodique de $(bt - ax)$. En effet, il se forme, pour une suite de valeurs du temps discontinues, et à intervalles égaux (périodicité dans le temps) des tourbillons en certains lieux caractéristiques. Le schéma explicatif des phénomènes de couche limite devient, de ce fait, beaucoup plus complexe, et le schéma proposé dans le chapitre II n'est plus valable.

A la stabilité de forme des rides peut se superposer un mouvement d'entraînement moyen des particules solides, par suite de la prédominance soit du glissement des grains le long de la surface des rides dans le sens aller, soit du transport dans le sens retour par saltation des grains. Le sens du débit solide moyen peut donc être variable suivant les conditions hydrauliques.

Indiquons que nous avons observé la progression des derniers éléments constitutifs d'un train de rides, dans le sens opposé au sens de propagation de la houle, dans des zones correspondant à des discontinuités du fond (rupture de la pente). L'évolution de l'ensemble tend à rétablir la continuité de la pente du fond, et, par conséquent, de l'écoulement.

Si l'on augmente l'amplitude de la houle, on observe corrélativement une augmentation de l'amplitude des tourbillons, puis l'instabilité des rides alors formées; celles-ci disparaissent et l'on observe une mise en saltation générale du matériau.

4° Stabilité de l'écoulement près du fond liée à l'existence des rides.

L'analyse des modes de formation des rides jusqu'à l'obtention de l'équilibre dynamique du fond, prouve que le phénomène de génération des rides constitue une réaction d'auto-défense du matériau, vis-à-vis de l'action de transport de la houle sur le fond, ou, ce qui revient au même, tend vers un équilibre correspondant à la consommation minimum d'énergie. En effet, les rides se forment lorsque le mouvement commence à être suffisamment important pour que la vitesse moyenne de la couche limite ne soit pas négligeable, ce qui correspondrait, une fois les matériaux mis en saltation lors du décollement de la couche limite, à un transport important au sein de cette couche limite. Mais la modification apportée à la couche limite, par la génération des tourbillons, enlève à celle-ci sa caractéristique de transfert uni-directionnel et rétablit l'équilibre entre les rides, soit que celles-ci deviennent stables par génération de deux tourbillons, soit qu'elles ne progressent plus que très lentement.

5° Limite de stabilité des rides.

Une augmentation progressive de l'amplitude de la houle s'accompagne corrélativement d'une augmentation de la dimension des tourbillons et provoque, par la suite, l'instabilité des rides alors formées. Celles-ci disparaissent peu à peu, jusqu'à faire place à une mise en saltation générale du matériau.

La mise en saltation du matériau, sur une épaisseur relativement importante,

entraîne, près du fond, un écoulement dont la forme générale se rapproche de l'écoulement d'une couche limite partiellement turbulente. En particulier, cette zone marginale possède une vitesse moyenne importante dans le sens de propagation de la houle. Il semble même que les vitesses moyennes, qui ont été relevées dans ce cas, soient d'autant plus élevées que l'épaisseur de la zone intéressée est plus épaisse. Les mesures étaient toutefois rendues difficiles par la rapidité du déplacement obtenu dans ce cas-là.

Il importe de noter, que, très souvent, les caractéristiques considérées correspondent à une couche limite entièrement turbulente, pour un fond infiniment rigide, alors que la présence de matériau conserve les caractéristiques laminaires de la couche limite, et semble introduire une modification des propriétés du milieu, comparable, du point de vue hydraulique, à une augmentation très appréciable de la viscosité du fluide.

En fait, si nous augmentons encore l'amplitude du mouvement, nous obtenons un mouvement réellement turbulent, qui provoque la mise en saltation locale très intense, mais pour laquelle la résultante du transport moyen dans le sens de la houle est beaucoup plus faible.

6° Relation entre les caractéristiques des rides et les caractéristiques de la houle.

Revenons en arrière, et considérons une houle dont les caractéristiques sont compatibles avec l'existence d'un train de rides stables.

Le processus de formation des rides, ci-dessus décrit, exige que la distance entre rides soit inférieure à l'excursion totale des molécules au-dessus des rides lorsque ces rides correspondent à un équilibre, que ce soit un équilibre dynamique ou statique (avec ou sans déplacement des rides, dans le sens de propagation de la houle).

Ainsi que nous l'avons indiqué précédemment, la distance entre rides est essentiellement déterminée par la capacité de transport par le fluide des matériaux, préalablement mis en saltation, par le tourbillon qui se développe devant la face aval de la ride, matériaux qui se déposent sur la crête de l'autre ride au cours du trajet de retour des molécules.

Étant donné qu'une partie du trajet de retour est nécessaire pour l'évolution du tourbillon, on peut écrire, en appelant r la distance nécessaire à l'évolution du tourbillon :

$$k\,d + r = a_f$$

k étant une fraction simple définissant le nombre de rides existant pour une longueur d'excursion.

En admettant que la longueur r nécessaire soit proportionnelle à l'amplitude $2\,s$ de la ride, on peut écrire l'équation ci-dessus sous la forme :

(4,1) $$a_f = kd + \alpha s \ ^{(1)}$$

α ne dépendant que des caractéristiques du matériau.

(1) Dans cette formule, le terme essentiel est $k\,d$, car d est en général 3 à 10 fois plus grand que s; αs doit être considéré comme un terme correctif.

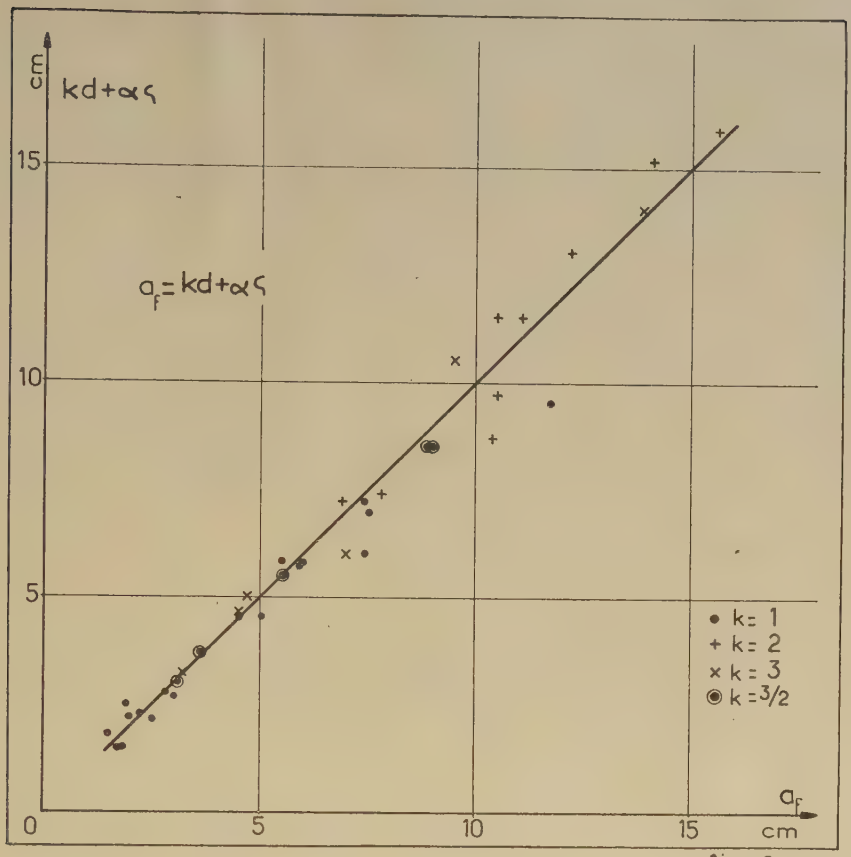


fig:4,2

Nous avons tracé la courbe (4,2), qui justifie relativement bien ces considérations théoriques, en posant $\alpha = 1$ pour des grains de diamètre moyen égal à 0,28 mm, et $\alpha = 2$ pour des grains de diamètre moyen égal à 0,75 mm.

Tous les essais représentés sur cette courbe ont été effectués en utilisant un matériau de faible densité : 1,45, la densité relative étant égale à 0,45. L'utilisation d'un matériau de faible densité a pour avantage de mieux mettre en évidence le processus hydraulique seul, les forces d'inertie pouvant alors être négligées, et la vitesse de chute des grains étant du même ordre de grandeur que la vitesse verticale des molécules du fluide.

Pour ce matériau, nos expériences correspondaient à des valeurs de $k=1$, 2, 3 et 3/2, c'est-à-dire à la formation de une, deux ou trois rides par longueur d'excursion, ou, dans certains cas, de trois rides pour deux longueurs d'excursions. Il résulte de ces considérations que les conditions de l'écoulement au-dessus des rides, conditions liées directement à la stabilité du tourbillon, constituent le facteur essentiel déterminant la longueur des rides. Les caractéristiques du matériau ont une influence plus directe sur les conditions limites

de formation des rides, et sur la durée nécessaire pour atteindre un système stable de rides, ainsi que sur la profondeur des rides.

Rappelons d'ailleurs, à ce propos, que M. Larras [15] avait trouvé, au cours de ses essais, le résultat inattendu suivant : la limite d'érosion, de part et d'autre d'un obstacle, au bout d'un temps pratiquement infini, ne dépend, toutes choses égales par ailleurs, que de la densité des matériaux remués, à l'exclusion pratiquement de leur diamètre moyen et de leur courbe granulométrique.

Il y a là un résultat extrêmement intéressant et qui peut s'expliquer en considérant la formation des tourbillons, comme le phénomène essentiel de l'érosion. La profondeur limite d'érosion est celle à laquelle pour les caractéristiques données du mouvement, la turbulence engendrée par les tourbillons ainsi créés est suffisante pour soulever un matériau, de densité donnée. On conçoit que, dans une certaine mesure la granulométrie du matériau n'influence pas la profondeur limite d'érosion (qui est toujours la même) mais influence directement le temps nécessaire pour obtenir cette profondeur limite.

IV. CRITÈRE DE FORMATION DES RIDES

Ainsi que le fait remarquer M. l'ingénieur en chef des Ponts et Chaussées Larras, les mouvements de grains en surface ne correspondent pas à un phénomène caractéristique du mouvement, mais dépendent essentiellement de la compacité des grains à la surface du fond. Il ne semble donc pas possible de donner une loi correspondant au début de l'entraînement en surface, sous l'action de la houle. Il faut toutefois noter que c'est là un processus qui peut effectivement exister et donner lieu à certains transports isolés, parfois non négligeables, en particulier lorsque les éléments déplacés sont de grandes dimensions (supérieurs à 5 cm).

Dans ses études, M. Larras a choisi comme critère définissant le début de l'action érosive des houles, et du clapotis, l'amorce de légères ondulations, du type rides, phénomène caractéristique des effets d'érosion des houles.

M. Larras a trouvé des résultats extrêmement précis, particulièrement intéressants, en ce qui concerne les mouvements stationnaires du type clapotis pur, et il semble que, dans ce cas, le début de formation des rides soit un phénomène fort bien défini, correspondant à des valeurs caractéristiques précises.

Les essais que nous avons effectués sur la houle ont donné des résultats relativement moins stables que les essais de M. Larras. En fait, d'après le processus ci-dessus expliqué de formation des rides, il semble que la ride puisse se produire en un endroit lorsque la mise en mouvement des grains en surface permet la formation d'une barre d'épaisseur suffisante pour provoquer, soit un décollement relativement important de la couche limite laminaire, assurant ainsi la mise en suspension d'une quantité de matériaux non négligeable au vent de la barre, soit la formation d'un micro-tourbillon amorçant l'érosion sous le vent de la barre.

On constate que ces phénomènes, de même que les phénomènes liés à l'é-

mission de turbulence partielle, dépendent beaucoup de paramètres aléatoires divers : rugosité du fond, pente du fond, turbulence moyenne de la houle, stabilité initiale du mouvement... Nous avons donc cherché essentiellement à déterminer un ordre de grandeur des paramètres caractéristiques de la formation de rides sous l'action de la houle. Dans l'exploitation de nos résultats, nous avons ajouté ceux provenant des essais effectués par M. LARRAS, qui possédaient, entre autre, l'intérêt de concerner des caractéristiques de sédiments et de houles sensiblement différentes des nôtres.

Recherche de paramètres caractéristiques.

Les paramètres proposés par M. MADHAV MANOHAR ne nous ont pas permis de classer correctement nos résultats d'expérience. Nous avons donc recherché à mettre en évidence d'autres groupements de paramètres pour caractériser le début de formation des rides.

La formule proposée par M. LARRAS [1], qui s'écrit :

$$u_f - w = k \cdot \frac{(\rho - \rho_0)^{1/2}}{T^{1/2}}$$

semble particulièrement bien vérifiée dans le cas des clapotis (mouvements stationnaires) mais ne semble pas applicable à la formation de rides sous la houle progressive. Le domaine d'application de cette formule semble devoir être limité aux phénomènes d'érosion sous l'action de mouvements stationnaires périodiques cylindriques.

Dans l'étude des différents groupements de paramètres que nous avons effectués, nous avons cherché à déterminer les points différenciant le domaine de formation des rides et celui des mouvements en surface, en fonction d'un paramètre de la forme :

$$D^m \left[\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right]^n.$$

Les meilleurs résultats ont été obtenus pour la valeur $m = n$ et c'est, en particulier, ce choix qui nous a permis d'obtenir le meilleur regroupement de nos points avec ceux de M. LARRAS, dans un domaine légèrement plus étendu.

Physiquement, l'expression $k D \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0}$ traduit le rapport des forces de gravité appliquées aux grains, à la force de tension exercée par le fluide sur celui-ci. En effet, la force de gravité peut s'écrire $k' D^3 \left[\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right] g$, et la force de tension peut s'écrire $k'' D^2 \vec{\tau}$, en appelant $\vec{\tau}$ le vecteur représentatif des forces de frottement, par unité de surface, exercée par le fluide sur le grain. Il semblerait donc que le début de formation des rides dépende essentiellement du rapport existant entre la force de tension exercée sur le grain par le

[1] Pour déterminer les valeurs critiques d'apparition des rides.

fluide — ou la force d'aspiration exercée à la surface d'un grain lors de la dépression due au décollement de la couche limite laminaire — et les forces de gravité.

Nous avons porté sur le *graphique 4,3* les différents points expérimentaux obtenus dans différentes conditions, en fonction des paramètres sans dimensions $D\frac{(\rho-\rho_0)}{\rho_0}\frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}}$ et X_1^{δ}. Les différentes droites caractéristiques du phénomène correspondent à une équation de la forme :

$$D\frac{(\rho-\rho_0)}{\rho_0}\frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}} = k X_1^2 \qquad (4,3)$$

ce qui correspondrait en appelant $\vec{\Upsilon}$ une valeur caractéristique des efforts de tension ou des pressions locales, à une relation de la forme :

$$\frac{\alpha}{g}\vec{\Upsilon} = k\frac{\nu^{2/2}}{b^{1/2}}X_1^2.$$

L'expression (4,3) peut d'ailleurs s'écrire, en explicitant la valeur de X_1 :

$$D\frac{(\rho-\rho_0)}{\rho_0} = \frac{\alpha}{g}\vec{\Upsilon} = k\frac{\nu^{1/2}}{b^{1/2}}\left(\frac{2p^*}{\rho g}\right)^2 \qquad (4,4)$$

formule dans laquelle p^* représente la partie variable de la pression exercée par la houle sur le fond.

L'ensemble des courbes caractéristiques du tableau 4,3 peut s'écrire :

$$D\frac{(\rho-\rho_0)}{\rho_0}\frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}} = k X_1^2$$

la valeur de k étant de 4.10^{-4} pour le fond horizontal.

La pente de 1 %, ainsi que nous l'avons vu, correspond à un régime généralement plus stable que le fond horizontal; nous avons obtenu des résultats correspondant à une valeur de k légèrement inférieure : $k = 1.10^{-4}$.

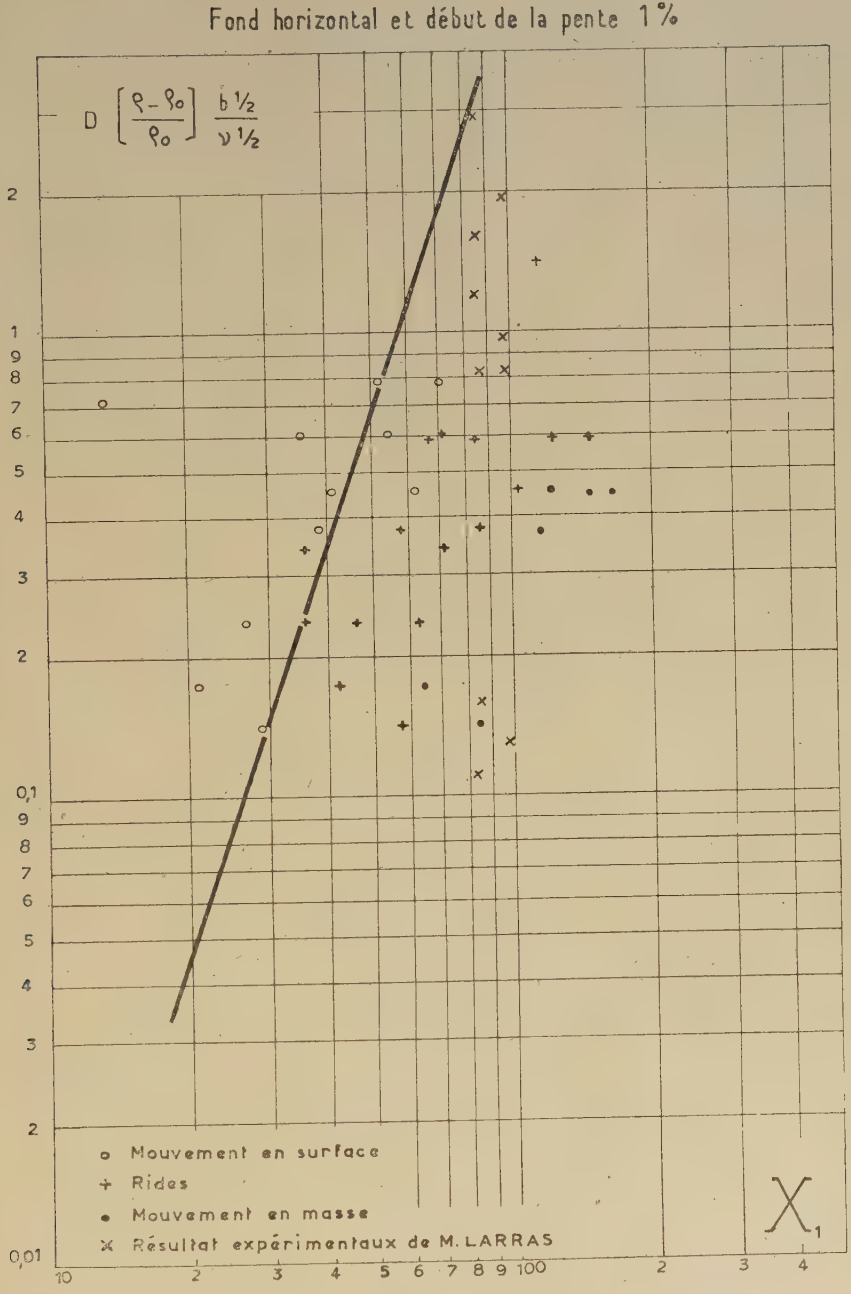
Sur les pentes de 2 % et 5 %, la valeur de k semble être légèrement supérieure au résultat obtenu avec la pente de 1 % ($k = 2.10^{-4}$). Signalons toutefois qu'il semble y avoir une plus grande dispersion, pour la pente de 5 %, des résultats provenant de l'augmentation de la probabilité d'émission de turbulence partielle qui dépend largement de la pente du fond, ainsi que nous l'avons vu précédemment.

Dans l'ensemble, les pentes suffisamment faibles constituent donc un facteur de stabilité, vis-à-vis de la formation des rides.

V. CRITÈRE DE DISPARITION DES RIDES ET D'APPARITION DU MOUVEMENT EN MASSE

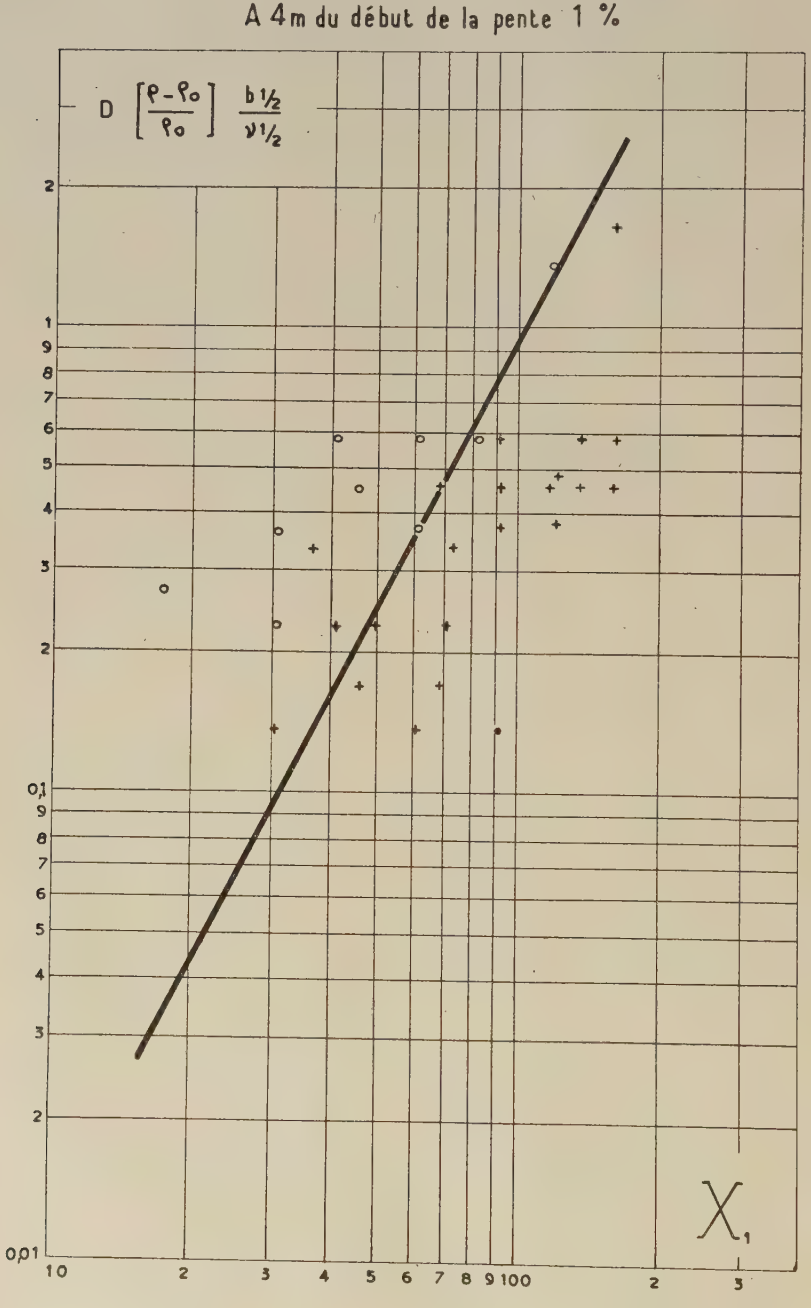
Dans nos conditions d'expérience, nous avons observé, avec les éléments de densité inférieure à 2, la disparition des rides et une mise en saltation des éléments à partir de certaines valeurs de l'amplitude de la houle.

ÉTUDE DE LA FORMATION DES RIDES



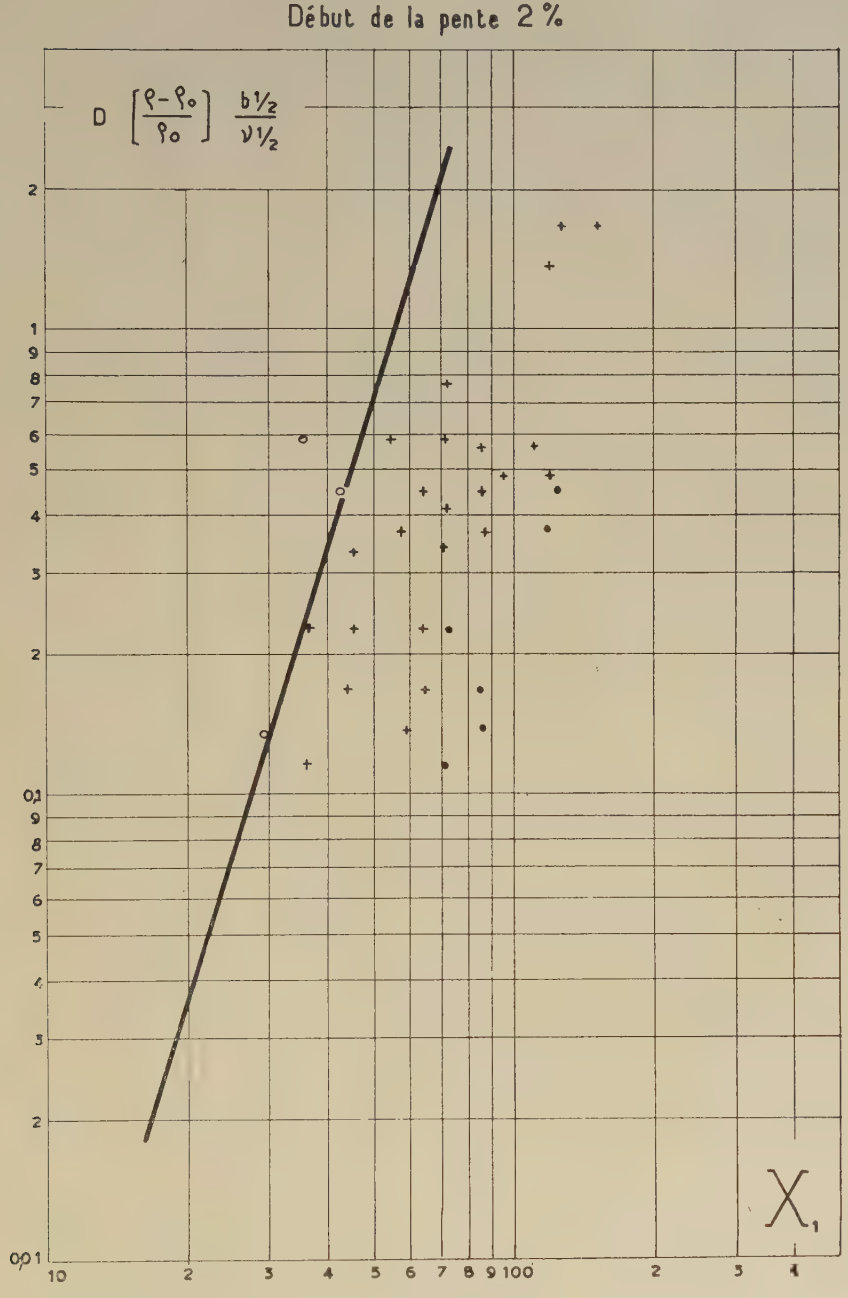
Graphique 4,3 a

ÉTUDE DE LA FORMATION DES RIDES



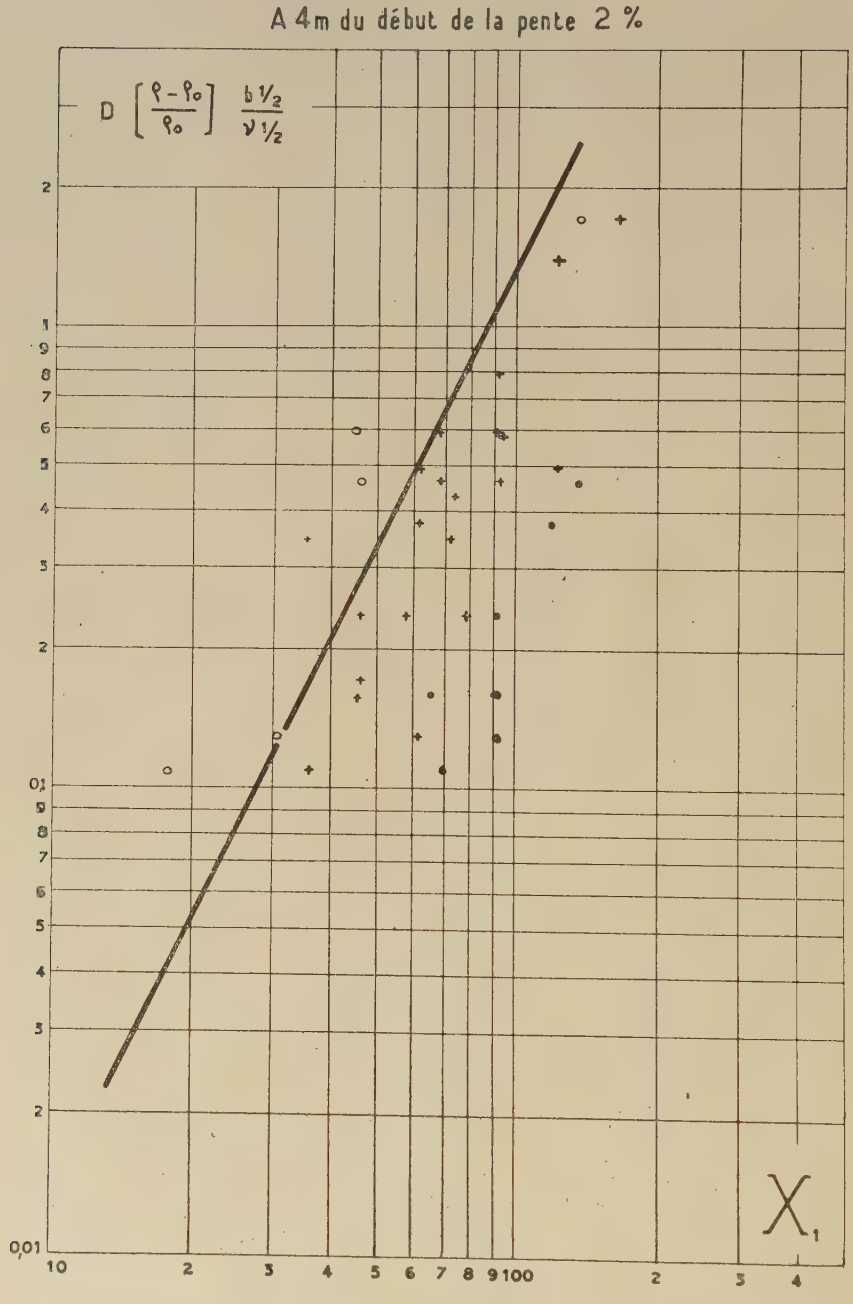
Graphique 4,3 b

ÉTUDE DE LA FORMATION DES RIDES



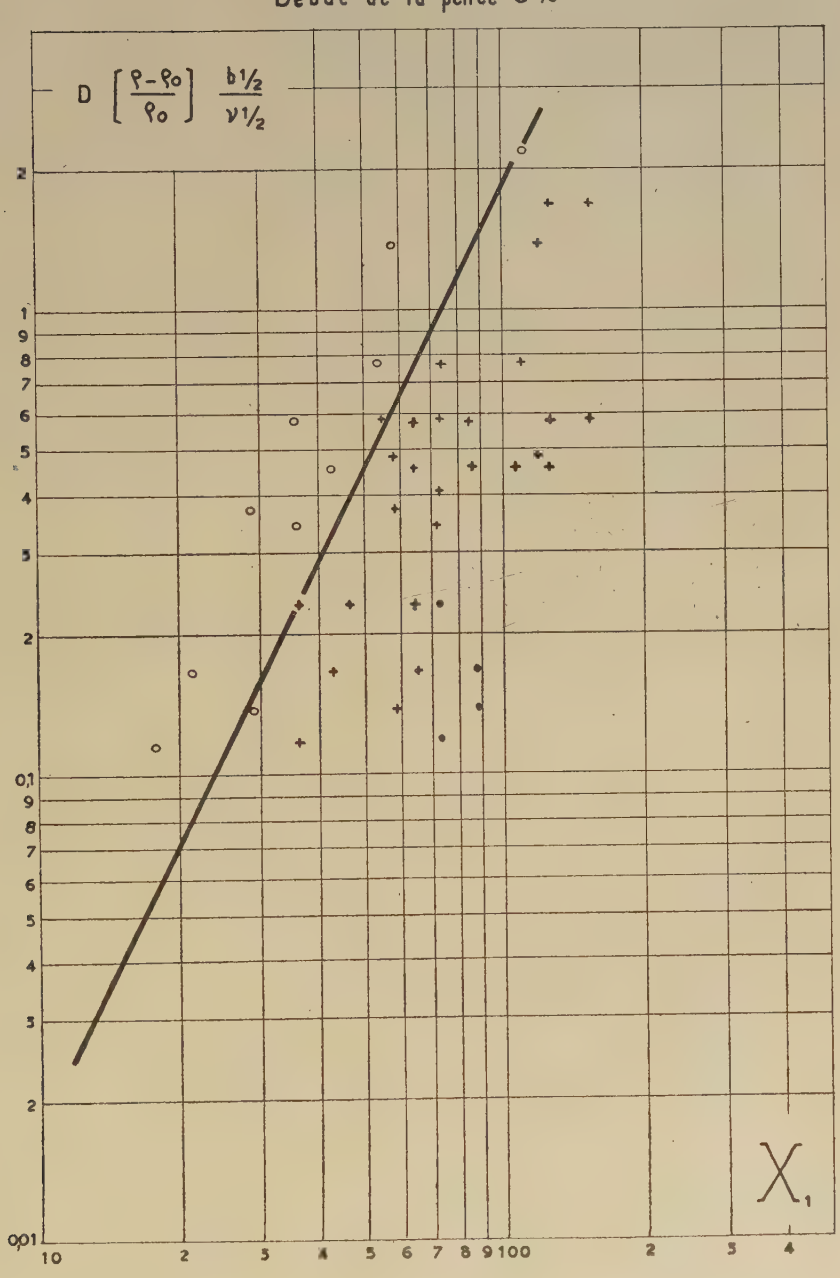
Graphique 4,3 **c**

ÉTUDE DE LA FORMATION DES RIDES



Graphique 4,3 d

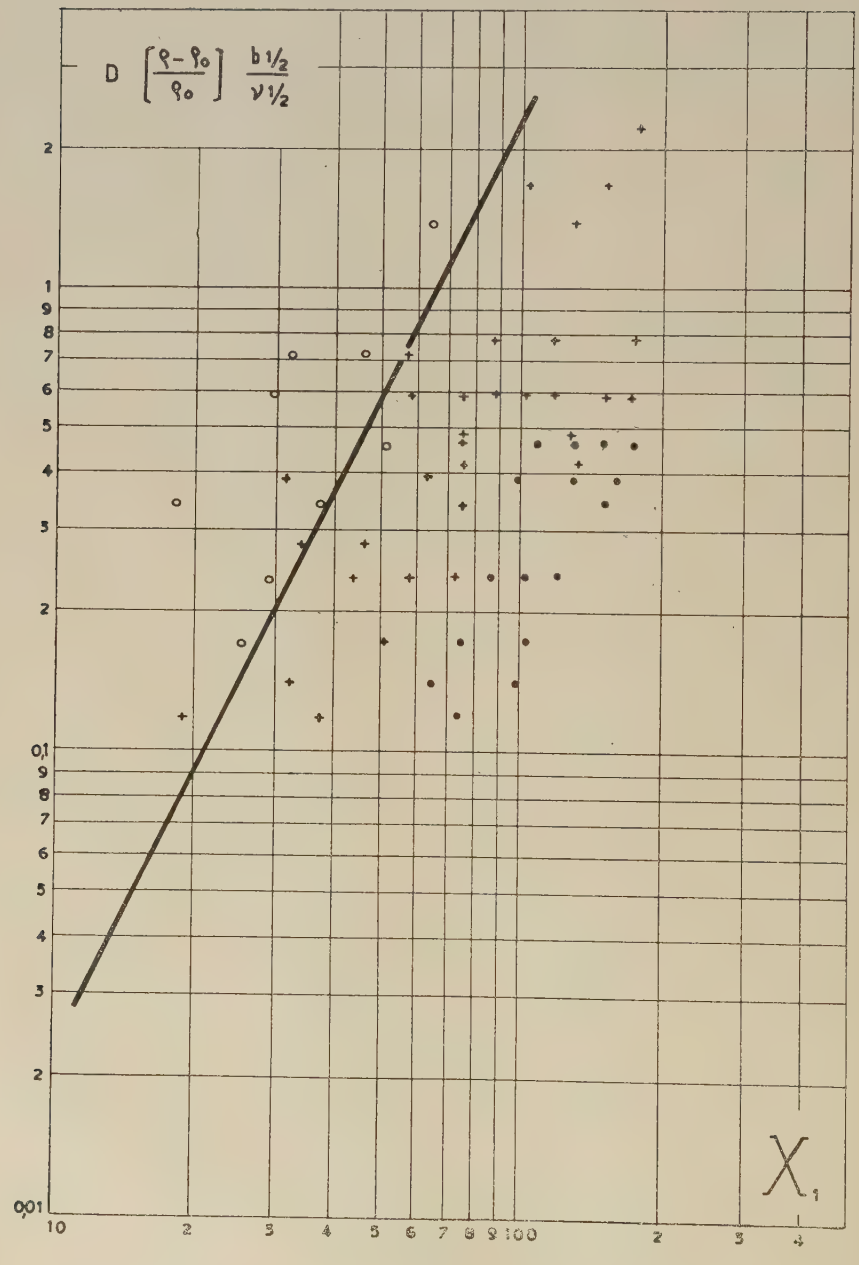
ÉTUDE DE LA FORMATION DES RIDES



Graphique 4,3 e

ÉTUDE DE LA FORMATION DES RIDES

A 4m du début de la pente 5 %



Graphique 4,3 f

La zone marginale présentait les caractéristiques d'une couche limite partiellement turbulente et, en particulier, possédant une vitesse d'entraînement moyen, dirigée dans le sens de propagation de la houle, non négligeable.

L'épaisseur de la zone marginale était beaucoup plus importante que celle observée dans le cas d'un écoulement sur fond fixe, et pouvait atteindre plusieurs centimètres. Précisons qu'en général, les caractéristiques de houles nécessaires pour obtenir le mouvement en masse correspondaient souvent à des valeurs du paramètre X_1 déterminant une turbulence totale de la couche limite du mouvement sur fond stable.

Il semble donc que la mise en saltation d'une épaisseur importante de matériau tende à développer une couche limite relativement plus stable à caractéristiques partiellement turbulentes, mais d'épaisseur beaucoup plus importante : autrement dit, la présence de particules solides mais mobiles aurait une influence comparable à celle d'une augmentation de viscosité.

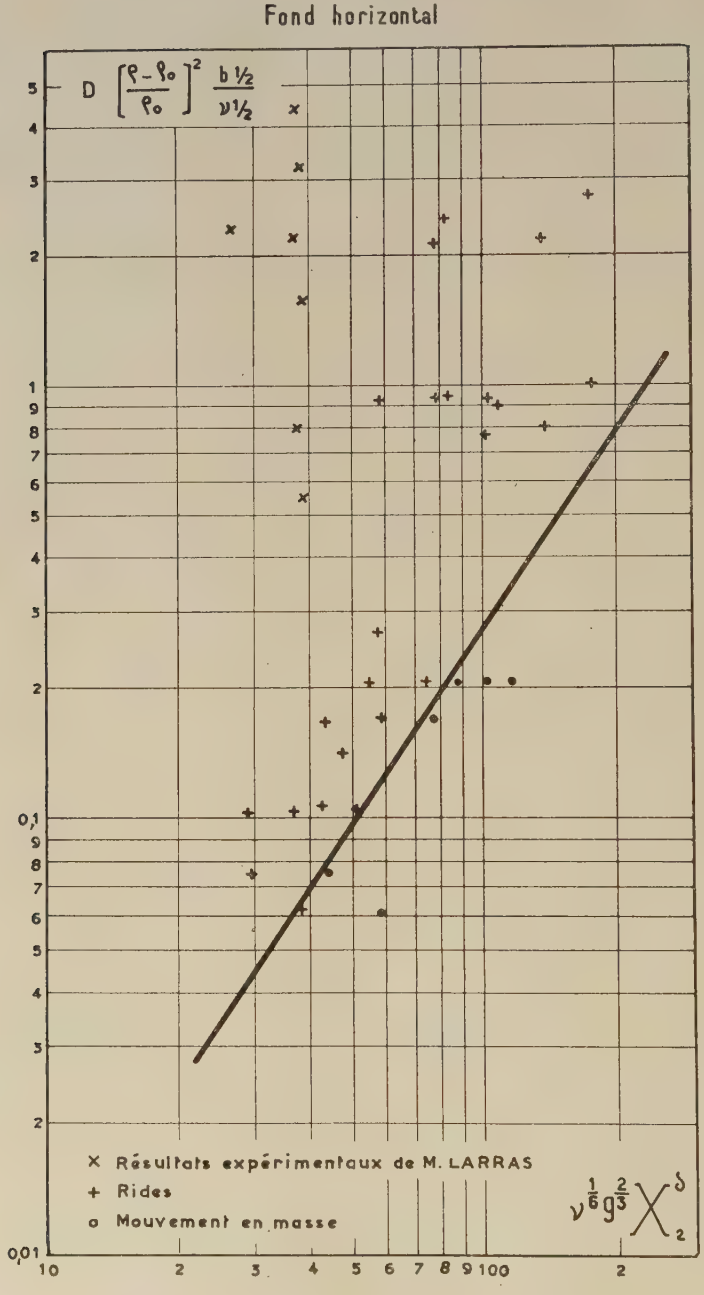
Les expériences effectuées par d'autres auteurs qui ont mis en évidence l'existence de ces mouvements en saltation sur une grande épaisseur, en particulier dans le cas des clapotis, et les résultats obtenus par M. Madhav Manohar concernant la disparition des rides de sable pour des oscillations du fond correspondant à des mouvements relatifs du fluide par rapport aux matériaux, comparables à ceux engendrés par les houles de la nature, permettent d'étendre ce résultat au cas des sables pour des houles d'énergie supérieure à celle des houles de laboratoire.

Rappelons que de tels mouvements sont d'ailleurs parfaitement visibles sur les plages près des zones de déferlement, et, de plus, ils permettent seuls d'expliquer les destructions des digues à parois verticales, et, en particulier, la destruction de la digue Mustapha, à Alger, par la mise en suspension des matériaux sur une hauteur importante.

Nous avons porté sur le *graphique 4,4* les valeurs correspondant aux expériences au cours desquelles nous avons observé la disparition des rides et la mise en saltation du sédiment avec départ en masse. Il ne semble pas que les paramètres sans dimension, que nous avons adoptés pour déterminer les valeurs caractéristiques de la formation des rides, puissent être aussi adoptés pour caractériser ce nouveau phénomène; en effet, les points représentatifs des résultats d'expérience relatifs à ce phénomène ne sont pas distincts des points représentant la formation de rides stables, si l'on conserve ces mêmes paramètres. Ceci n'est pas surprenant car le phénomène est totalement différent; la mise en saltation exige des caractéristiques de houles correspondant à un gradient de pression suffisant pour que la différence entre la pression en surface et la pression à l'intérieur de la masse pulvérulente exerce sur les particules une force ascensionnelle suffisante.

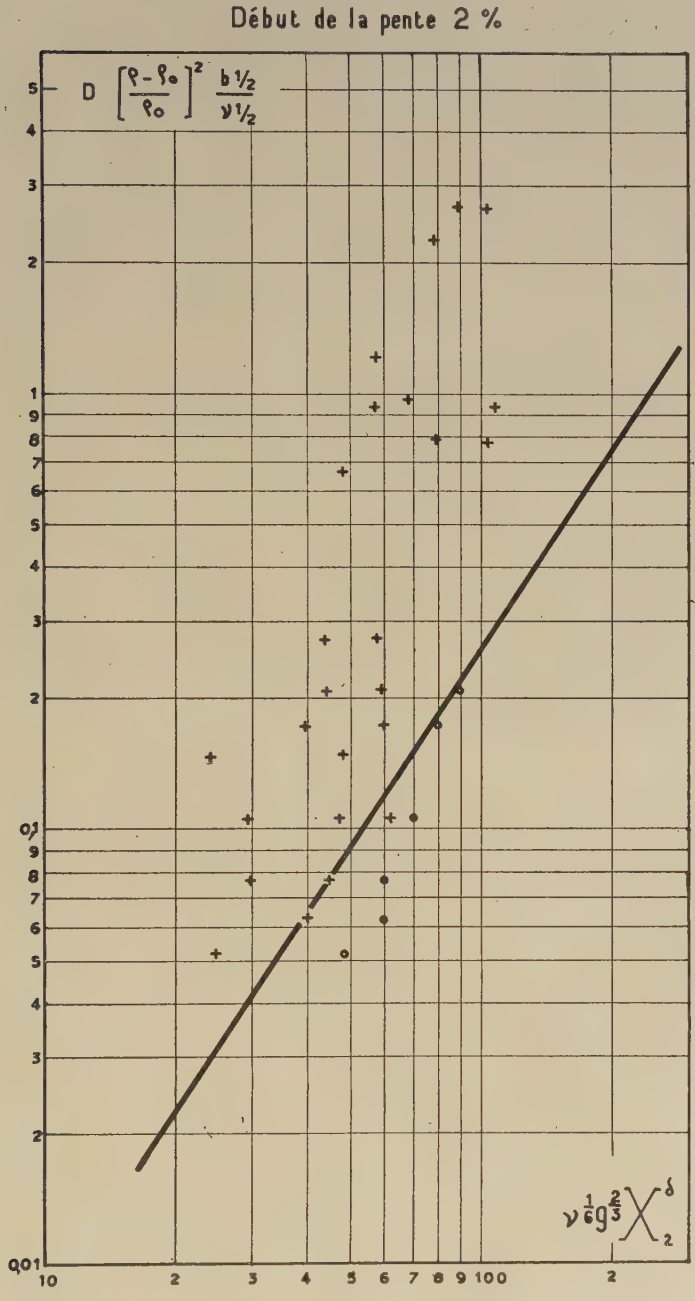
Nous avons tout d'abord recherché, pour tenir compte des caractéristiques du grain, un paramètre de la forme $D^m \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right)^n$ permettant de caractériser le phénomène; les meilleurs résultats ont été obtenus pour des valeurs de m et n définies par la relation $2\,m = n$, c'est-à-dire : $D\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right)^2$.

ÉTUDE DU MOUVEMENT EN MASSE



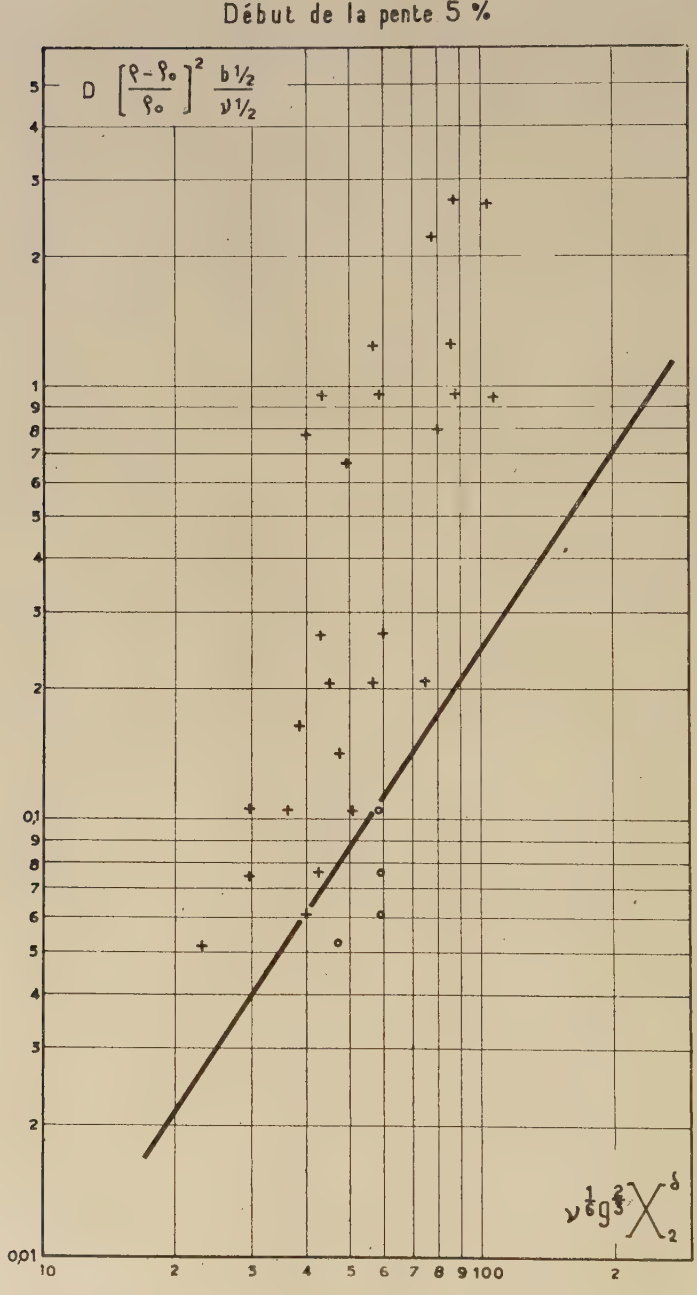
Graphique 4,4 a

ÉTUDE DU MOUVEMENT EN MASSE



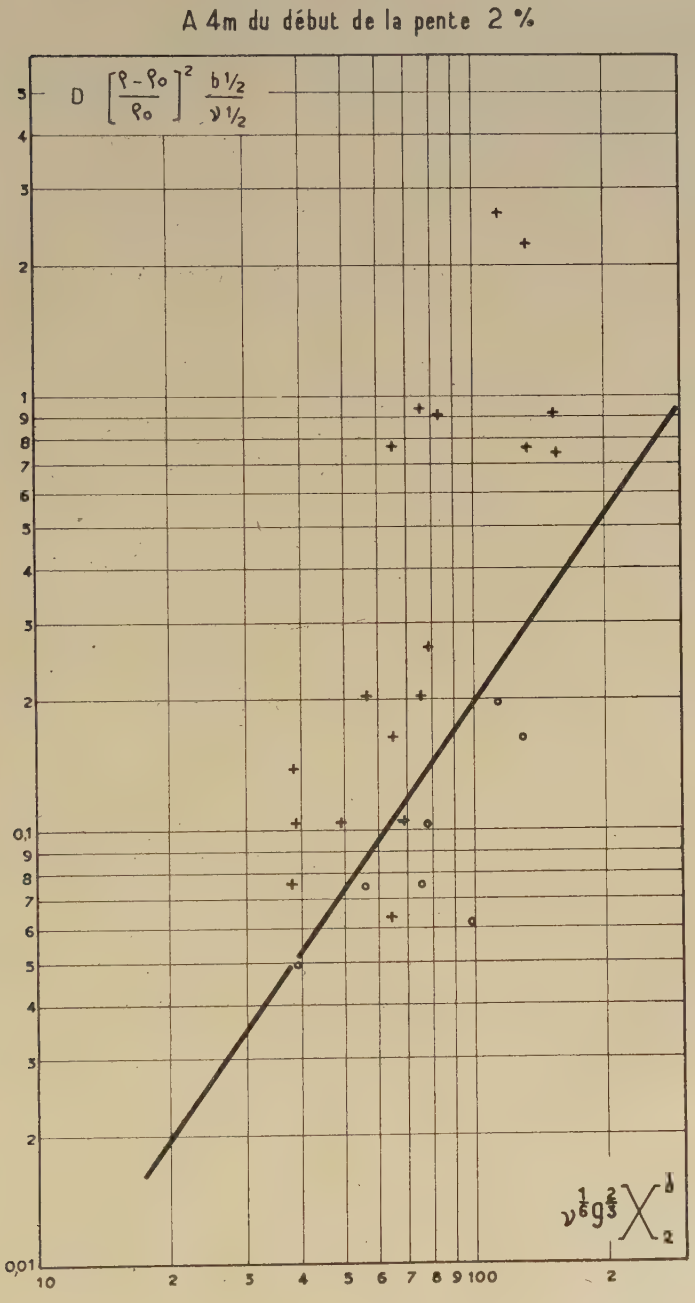
Graphique 4,4 b

ÉTUDE DU MOUVEMENT EN MASSE



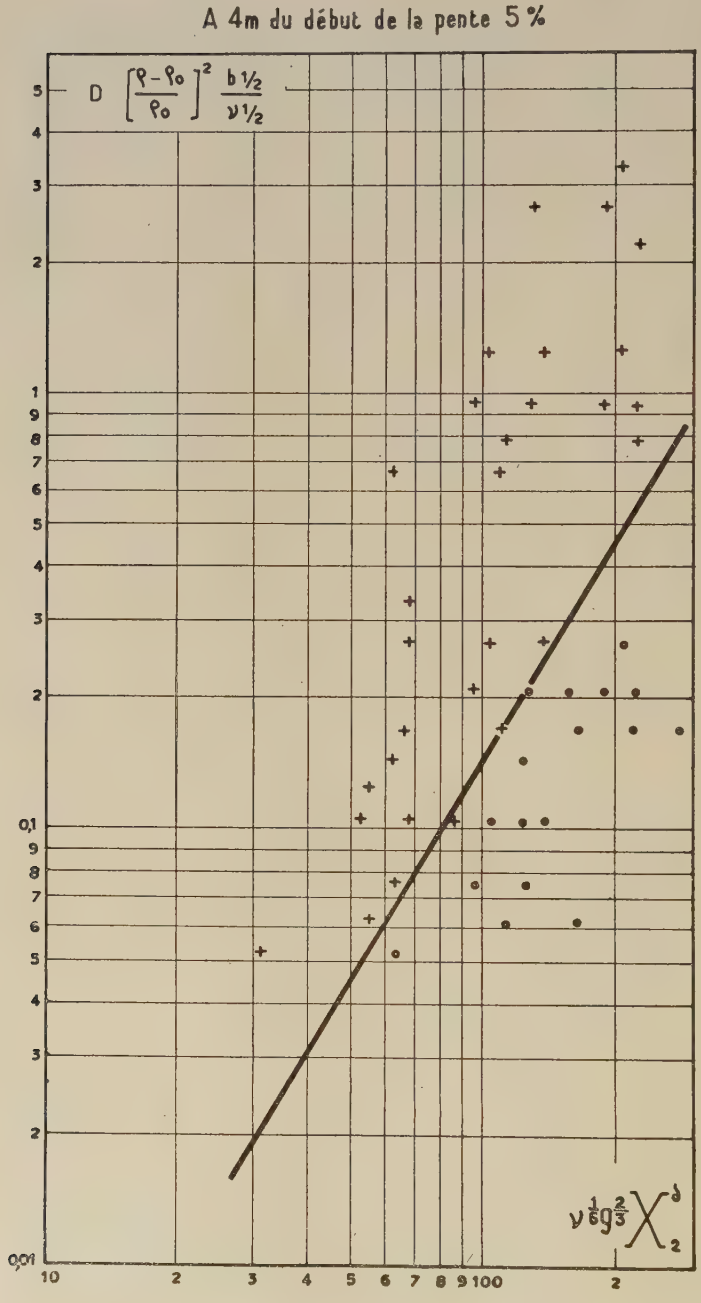
Graphique 4,4 c

ÉTUDE DU MOUVEMENT EN MASSE



Graphique 4,4 d

ÉTUDE DU MOUVEMENT EN MASSE



Graphique 4,4 e

L'importance du facteur $\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right)^2$, dans le groupement met en évidence l'influence prépondérante de la densité relative dans le phénomène de mise en saltation d'une masse importante de matériau. Ceci est à rapprocher du résultat trouvé par M. Larras et que nous avons déjà cité, d'après lequel les profondeurs d'érosion limite sous l'influence de mouvements stationnaires ne dépendraient que de la densité et non pas des caractéristiques granulométriques du matériau.

Nous avons représenté, sur le *graphique 4,4* les résultats d'expériences obtenus en fonction des paramètres sans dimensions :

$$D\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right)^2 \frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}} \quad \text{et} \quad X_2^{\delta}.$$

Les conditions d'observation de mouvements de masse, consécutifs à une mise en saltation générale du matériau, peuvent être définies comme correspondant à un domaine délimité par la droite caractéristique dont l'équation serait :

$$D\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right)^2 \frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}} = k X_2^{3/2}. \tag{4, 5}$$

Il est intéressant de remarquer que l'équation caractéristique de ce phénomène, proposée par M. Madhav Manohar, est :

$$D^{0,2}\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right)^{0,4} \frac{g^{0,4}\nu^{0,2}}{u_f} = k \tag{4, 6}$$

et que, dans cette équation, le groupement $D^{0,2}\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right)^{0,4}$ est le même que dans notre équation. Par contre, les groupements des paramètres représentatifs de l'écoulement sont différents dans les deux formules.

On peut en conclure que les forces d'inertie, qui étaient prépondérantes dans les expériences de Madhav Manohar, jouent un rôle essentiel dans le phénomène de mise en saltation générale du matériau. Par contre, les forces développées par l'oscillation du fond ne sont pas comparables à celles provoquées par l'existence d'un mouvement périodique réellement progressif.

L'équation (4,5) s'écrit, en explicitant X_2^{δ} :

$$D\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right)^2 \frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}} = \frac{1}{\nu^{1/2}}\left(\frac{du}{dy}\right)^{1/2}\left(\frac{2p'}{\rho g}\right).$$

D'autre part, il est intéressant de faire apparaître au lieu du diamètre des matériaux, les vitesses de chute w de ceux-ci, qui s'écrivent, pour les matériaux que nous avons utilisés :

$$w = kD^2\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}\right)\frac{1}{\nu}.$$

L'équation s'écrit donc :

$$w^{1/2}\cdot\left(\frac{\rho-\rho_0}{\rho_0}\right)^{3/2}\frac{b^{1/2}}{g^{1/2}}=k'\frac{1}{\nu^{1/2}}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^{1/2}_{H-y=\sqrt{\frac{\nu}{b}}}\frac{2p^*}{\rho g}$$

$$=k'\frac{1}{\nu^{1/2}}\left(\frac{hba^2\sqrt{\frac{\nu}{t}}}{\operatorname{sh} aH}\right)^{1/2}\frac{2q^*}{\rho g}$$

(4, 7)
$$=\left(\frac{hb}{\operatorname{sh} aL}\right)^{1/2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2p^*}{\rho g}\right)$$

$$\left(\frac{w}{u_f}\right)^{1/2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2p^*}{\rho g}\right)\left(\frac{\rho_0^3 g}{(\rho-\rho_0)^3\nu^{1/2}b^{3/2}}\right)^{1/2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2p^*}{\rho g}\right)=k'\left(\frac{w}{u_f}\right)^{1/2}\left(\frac{\rho-\rho_0}{T^{1/2}}\frac{\nu^{1/6}}{g^{1/3}\rho_0}\right)^{3/2}.$$

Cette relation détermine *la valeur critique du gradient de pression près du fond* assurant la mise en saltation des grains, en fonction de deux paramètres sans dimensions :

— le rapport de la vitesse de chute des grains à la vitesse maximum près du fond;

— le rapport de la densité relative, à la racine carrée de la période du mouvement corrigé du terme $\frac{\nu^{1/6}}{g^{1/3}\rho_0}$ pour être adimensionnel.

Il semble logique d'admettre que la valeur du gradient de pression constitue le facteur essentiel de la mise en saltation des matériaux sableux. En effet, par suite de la perméabilité des sables, les différences de pressions existant en surface se transmettent dans le massif pulvérulent, suivant une loi d'extinction exponentielle, et avec un certain déphasage dans le temps. L'instant où la pression est minimum en surface correspond, en conséquence, à une sous-pression importante susceptible d'expulser les grains avec une force vive non négligeable.

Influence de la pente.

D'après les *graphiques* de la planche 4,5, la pente du fond a pour effet de retarder sensiblement la mise en saltation de la masse du matériau. L'origine de ce phénomène peut être recherchée dans l'augmentation de l'influence des forces de gravité, par suite de l'existence d'une composante dirigée vers le bas.

Toutefois, ceci n'est sensible qu'à une certaine distance de l'extrémité amont de la pente, le début de la pente donnant lieu, pour les pentes de 2 % et 5 %, aux mêmes résultats que le fond horizontal.

Dans la formule D $\left(\frac{\rho-\rho_0}{\rho_0}\right)^2\frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}}=\mathrm{k}\,X_2^{3/2}$ les valeurs de k provenant de nos expériences sont :

— 100 pour le fond horizontal et le début de la pente;
— 70 pour la pente de 2 %;
— 50 pour la pente de 5 %.

VI. APERÇU SUR DES LOIS GÉNÉRALES DU TRANSPORT SOLIDE SOUS L'ACTION DE LA HOULE

Les résultats des études, que nous avons exposées ci-dessus, permettent de définir les valeurs critiques des différents mouvements des matériaux pulvérulents tapissant le fond de la mer, sous l'action de la houle, dans les domaines de l'eau profonde ou assez profonde. Ces résultats ne permettent pas toutefois de formuler des lois de débits qui sont, en fait, extrêmement variables en fonction d'autres paramètres que les seules conditions de propagation de la houle au voisinage du fond.

Mais il est possible, à partir de ces résultats, d'énoncer quelques considérations générales sur les débits solides.

a. *Mouvements isolés de grains.*

Les mouvements isolés de grains se produisent, ainsi que nous l'avons vu, pour des caractéristiques variables de la houle, qui dépendent dans une large mesure du coefficient de forme, de la position du grain sur le lit du fond, et des dimensions du grain par rapport à la rugosité moyenne du fond.

Les transports résultant des actions sur des grains isolés correspondent à des débits solides relativement faibles et ne présentent pas, en général, d'intérêt primordial. Toutefois, les études effectuées permettent de chiffrer les profondeurs maxima à partir desquelles une houle donnée est susceptible de produire des érosions, pour un matériau donné.

En ce qui concerne les éléments relativement grossiers qui sont moins sujets que les sables aux mises en saltation et aux transports par les différents courants maritimes, ce procédé de détermination de la limite d'alimentation peut aussi donner des renseignements intéressants.

On pourra admettre, en règle pratique, que les mouvements de grains isolés correspondent à des effets appréciables, dans certains cas particuliers, et doivent être pris en considération dans l'étude de l'équilibre des côtes, pour les gros galets, à partir de la limite correspondant à la formation des rides. En effet, ces gros éléments ont beaucoup moins tendance que les sables à se former en rides, par suite de leurs dimensions mêmes; dans ce cas, la remontée des éléments isolés peut constituer un processus continu, non négligeable.

b. *Transport des sables.*

En ce qui concerne les sables, dès que le mouvement en surface tend à être relativement intense, la forme d'équilibre prise par le matériau du fond correspond à la formation de trains de rides relativement stables. Il n'y aura un transport non négligeable du sable que lorsque, sous l'action de la houle, le train de rides se déplacera suivant les processus analysés précédemment.

En fait, les transports appréciables de sable n'auront lieu que lorsque l'on aura atteint des amplitudes des houles correspondant à la mise en suspension d'une masse importante du matériau.

Il serait particulièrement intéressant de déterminer l'importance de ces transports et les débits auxquels on peut ainsi arriver, mais ces déterminations se heurtent à de nombreuses difficultés. En particulier, le débit résultant au droit d'une section, est lié, d'une part, au transport dans la couche limite, transport qui s'effectue toujours dans le sens de propagation de la houle et, d'autre part, aux transports des éléments mis en suspension sous l'action des courants de masse, dont le sens dépend du sens de ces courants de masse, ainsi que l'ont fait remarquer MM. Vincent et Ruellan [43].

En particulier, dans le cas des houles à fort courant d'entraînement en surface (zone du vent, approche de la zone de déferlement) l'influence du courant de retour se traduit par une action dans les zones voisines de la couche limite, dirigée dans le sens contraire à la propagation de la houle. Il peut donc y avoir là une cause de débit important dans le sens opposé à la propagation de la houle, auquel peuvent d'ailleurs s'ajouter, dans certaines zones, les transports dus aux rip-currents.

En définitive, le débit à travers une section correspondrait à l'intégrale prise sur la hauteur de mise en saltation des grains, du produit de la turbidité locale par la valeur moyenne des courants de masse.

Une expérience intéressante permet d'avoir une idée des variations d'une telle intégrale pour le cas des houles de laboratoire. Si l'on étudie le déplacement de sphères sur un canal horizontal, sous l'action d'une houle d'amplitude donnée, on s'aperçoit que le sens du déplacement pour une même caractéristique de houle dépend essentiellement du diamètre de la sphère. Tant que l'épaisseur de la sphère croît, la vitesse de déplacement de la sphère décroît jusqu'à une valeur critique du diamètre correspondant à une vitesse nulle. Lorsque l'on étudie les mouvements de sphères de diamètres plus élevés, on s'aperçoit que les mouvements de celles-ci s'effectuent dans le sens contraire de la propagation de la houle.

Toutefois, il semble qu'en nature, avant que le transport dû au courant de masse annule totalement le transport provoqué par la progression de la couche limite laminaire partiellement turbulente sur le fond, l'on atteigne des valeurs pour lesquelles la couche limite au contact du fond est entièrement turbulente.

L'on a vu que, dans ce cas, il n'existait pas de loi générale concernant la vitesse moyenne de la couche limite et que celle-ci, ainsi que la valeur des courants de masse, dépendaient, dans une large mesure, des conditions aux limites de la zone envisagée.

On peut alors observer, dans ce cas, des débits variables suivant les conditions aux limites.

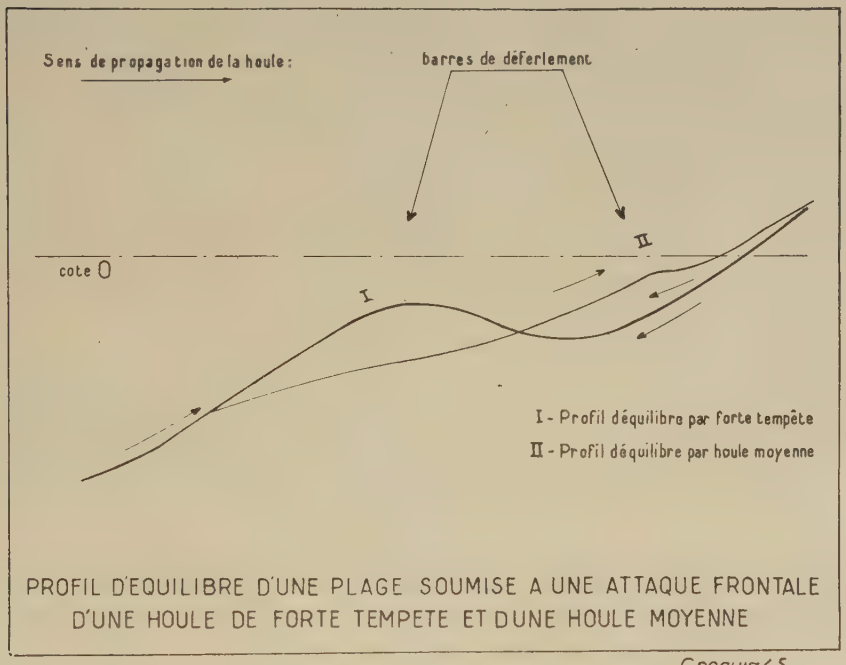
Rappelons, d'autre part, que tous ces résultats ne sont valables que dans le domaine de l'eau profonde ou assez profonde et cessent, en particulier, d'être valables près de la zone de déferlement. Le processus de transport devient alors totalement différent. L'écoulement dans cette zone est entièrement turbulent, et le débit résultant dépend essentiellement de la quantité des matériaux rejetés à la plage lors du déferlement de la lame (éléments qui proviennent de l'aspiration, par la houle, des matériaux mis en saltation à

l'amont du déferlement) et de la quantité de matériaux entraînés lors du black-wash ou par les rip-currents dans le courant de masse à l'extérieur de la zone de déferlement.

Ce processus, bien que totalement différent, permet toutefois la continuité du transit littoral, sous l'action de la houle, jusque sur l'estran.

Sous l'action de ce transit littoral, les plages tendent, en fait, vers un état d'équilibre correspondant, ainsi que nous l'avons vu précédemment, à un profil à pente croissante à courbure dirigée vers le haut, et qui constitue un profil de défense vis-à-vis de l'action de transfert des houles.

Ces considérations permettent, toutefois, d'expliquer, en l'absence d'autres phénomènes, le résultat général, bien connu des hydrographes, suivant lequel les houles de tempête dégarnissent l'estran, alors que les houles d'amplitude moyenne le nourrissent.



PROFIL D'EQUILIBRE D'UNE PLAGE SOUMISE A UNE ATTAQUE FRONTALE D'UNE HOULE DE FORTE TEMPETE ET D'UNE HOULE MOYENNE

Croquis 4,5

Sur le *croquis 4,5* nous avons porté les profils d'équilibre par houles de forte tempête et houles de tempête moyenne. Une forte tempête détermine un profil d'équilibre dans lequel l'alimentation de la barre située avant le déferlement est assurée par les matériaux provenant de fonds relativement importants et, simultanément, par le sable ramené lors du black-wash depuis le haut estran vers le bourrelet de déferlement.

Cette forme de rivage devient instable dès qu'une houle d'amplitude inférieure, mais suffisante pour mettre en mouvement les matériaux jusqu'à

une profondeur supérieure à celle du bourrelet de déferlement, transforme le profil I de la plage suivant le profil II. L'état d'équilibre correspond alors à une remontée du matériau provenant essentiellement du bourrelet de déferlement précédemment formé, vers la région de l'estran.

c. *Applications pratiques* [31, 33, 29].

Les quantités de matériaux participant à la remontée sous l'action des houles correspondent à des débits relativement faibles par rapport aux quantités transportées par les courants littoraux [29], les rip-currents, dans le transfert dit en « dents de scie », sous l'action du black-wash et du déferlement, de l'undertow, et de la dispersion générale des sédiments vers le large [31]. Toutefois, il serait impossible d'expliquer le maintien de la majeure partie des plages, s'il n'existait pas une action continue ramenant une partie importante du matériau, qui risque d'être entraînée par les courants de masse, les rip-currents et les courants de fond, à partir des plages. Les études auxquelles nous avons procédé ont montré le rôle important des phénomènes de la couche limite dans ces remontées de matériaux et les processus suivant lesquels s'effectuent ces mouvements.

Il est, toutefois, des cas pratiques où le phénomène de remontée des matériaux s'effectue de façon relativement pure pour être évident par lui-même. Citons, en particulier, quelques observations que nous avons effectuées sur les côtes méditerranéennes (mer sans marée dans laquelle ces mouvements sont en conséquence beaucoup plus visibles).

α. *Remontée de galets sous l'action de la houle.*

La plage de Carno (Hérault) avait complètement disparu par suite de la construction d'un mur vertical en bordure de plage destiné à soutenir le boulevard de bord de mer de cette station balnéaire. Toutefois, après la disparition de sables, il s'est formé une plage relativement importante de galets sous l'action des houles de forte tempête qui sévissent dans ces parages.

D'après les recherches qui ont été effectuées, ces galets ne pouvaient provenir que des fonds rocheux existant par profondeur de 7 à 8 m au large de la côte.

Seule la remontée des matériaux sous l'action de la houle permet d'expliquer cette arrivée de matériaux.

β. *Exemple de remontée de sable à la plage.*

Le Service des Ponts et Chaussées de l'Hérault a construit une série d'épis perpendiculaires à la mer sur la côte méditerranéenne à l'Est du port de Sète, pour protéger la route côtière attaquée par la mer au lieu dit « la Peyrade ». Par suite de la présence de ces épis, la plage s'est considérablement engraissée en sable fin et s'est avancée de plusieurs dizaines de mètres.

La plage, dans cette région, présente une courbure relativement constante et relativement faible, traduisant une plage en équilibre, sous l'action de la houle dominante, avec faible transport Est-Ouest. L'équilibre de cette plage, dans une zone de mer sans marée, ne peut s'expliquer qu'en faisant intervenir

un apport frontal non négligeable, équilibré par l'action du faible transport littoral et le transport, vers le large, provoqué par les rip-currents. La construction de la route littorale a eu pour effet d'augmenter l'action du rip-current et du black-wash, ainsi que l'importance du transport littoral.

La réalisation d'épis, compartimentant la plage en divers tronçons bien définis, a diminué d'une façon importante le transport littoral et l'importance des rip-currents, ne laissant subsister que l'action de remontée du matériau depuis les fonds jusqu'à la plage. La ligne du rivage a alors avancé jusqu'à ce que l'action des rip-currents et des transports littoraux rétablissent l'équilibre du bilan de sable. Une des caractéristiques des engraissements de plage obtenus, en facilitant la remontée du matériau, et en supprimant les actions de dispersion, réside dans la parfaite symétrie de la ligne de plage de part et d'autre de l'épi.

γ. Exemple d'applications emprunté aux « études littorales » de A. Rivière [31].

Les « Études littorales » de A. Rivière constituent la mise au point la plus récente publiée sur les mouvements de matériaux pulvérulents (sable) aux abords d'un littoral. De nombreux phénomènes observés par les sédimentologues et exposés dans cette « étude » s'expliquent du point de vue hydraulique à la lumière des résultats que nous avons ci-dessus exposés. Nous en examinerons deux particulièrement importants.

La notion de *dispersion* des matériaux vers le large est essentiellement liée, semble-t-il, à l'existence d'une forte turbulence sur le fond provoquant l'entraînement vers le large sous l'action des divers courants. Parmi ces courants, les courants de masse près du fond dirigés dans le sens opposé à la propagation de la houle sont particulièrement importants lorsque la couche limite est turbulente car, ainsi que nous l'avons vu, il n'y a pas de composante de translation dans le sens de propagation de la houle. L'existence de ce courant de masse en profondeur particulièrement important, dans ce cas, a rendu nécessaire pour le sédimentologue, une notation particulière : c'est ce phénomène qui est désigné sous le vocable de : « undertow ».

D'autre part, A. Rivière observe que « l'érosion provoquée par les vagues poussées par le vent cesse brusquement lorsqu'en fin de tempête celui-ci vient à diminuer de violence alors que la mer demeure encore très forte : il est même fréquent de voir des masses importantes de sédiment être ramenées à ce moment au rivage ».

Ce phénomène s'explique si l'on admet que la houle de vent étant entièrement turbulente crée, au contact du fond, une couche limite turbulente sans mouvement moyen dirigé vers la côte, et dont l'action est essentiellement un entraînement de matériaux vers le large. Au contraire, dès que le vent cesse, la mer demeure très forte mais on se trouve alors en présence d'une houle partiellement établie dont l'action sur le fond correspond à une mise en saltation du sable avec caractéristique de couche limite laminaire ou partiellement turbulente et transport important dans le sens de propagation de la houle, donc remontée des matériaux vers l'estran.

B. — MOUVEMENTS DES VASES SOUS LA HOULE EN L'ABSENCE DE REMISE EN SUSPENSION

VII. DESCRIPTION DES ESSAIS

1° Description sommaire des phénomènes observés.

En prolongement des études que nous avons effectuées, relativement aux propriétés de la couche limite des houles de laboratoire, sur un fond parfaitement rigide, nous avons étudié l'influence des houles sur des matériaux formant un fond déformable, et sur des sédiments à propriétés thixotropiques importantes, tels que les vases.

Cette étude portait essentiellement sur l'observation des phénomènes assimilables, par leurs propriétés, aux phénomènes de couche limite; l'action des houles qui déferlent ou celle des houles qui assurent la remise en suspension du matériau n'a donc pas été envisagée, le processus d'action étant fondamentalement différent. En effet, si l'action d'une houle assurant la remise en suspension d'un matériau vaseux est, en partie, comparable à celle du transport en masse, observé pour les sédiments sableux, ce phénomène est masqué par un phénomène essentiel du transport constitué par l'existence des courants de densité, phénomènes caractéristiques des transports de sédiments du type vase.

En nous limitant à l'action de la houle, avant que son amplitude soit suffisante pour assurer la remise en suspension du matériau, nous avons pu mettre en évidence un phénomène qui, à notre connaissance, n'a jamais été signalé et qui consiste en une translation lente, dans le sens de propagation de la houle, du fond de vase, et qui a pour résultat de provoquer une modification du profil des fonds de vase avec remontée du matériau vers l'estran, sans remise en suspension du matériau.

2° Condition de réalisation des essais. — Généralités.

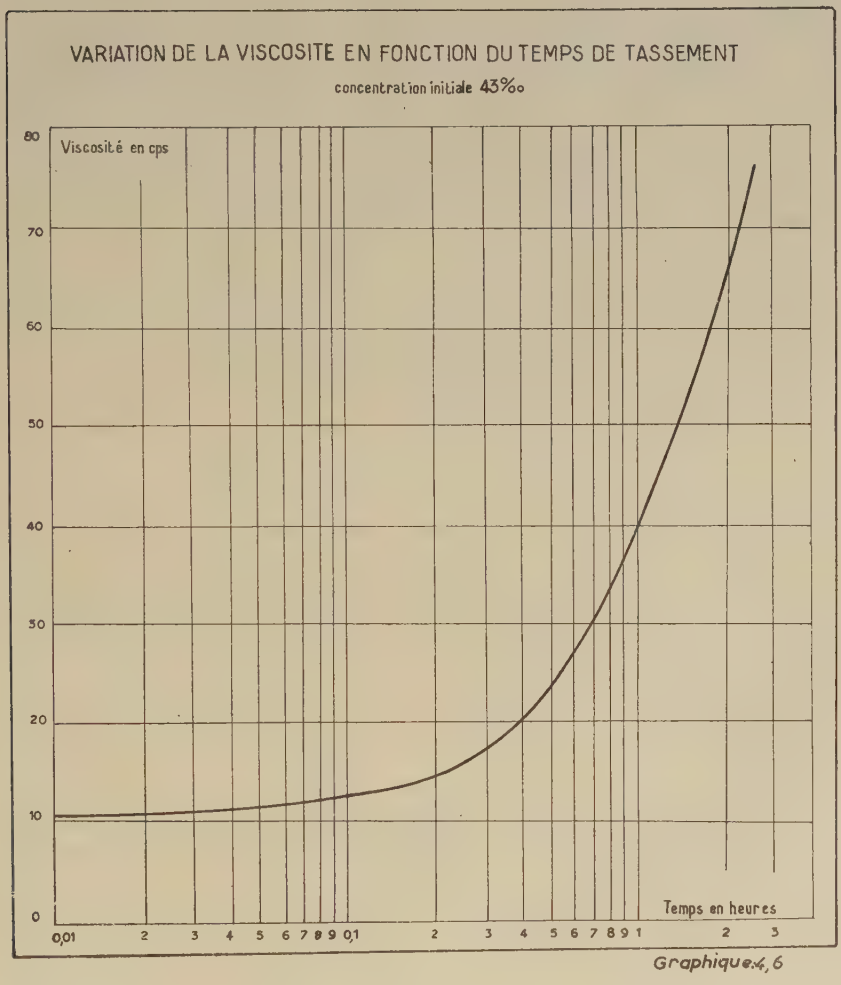
Le déplacement des vases sous la houle a été étudié dans le canal vitré du Laboratoire central d'Hydraulique de France, dont les caractéristiques sont les suivantes :

Longueur : 45 m;
Largeur : 1 m;
Profondeur : 0,45 m.

La houle était engendrée par un générateur du type volet oscillant à axe surbaissé muni d'épurateurs souples. A l'extrémité du canal, des amortisseurs de forme trapézoïdale en fibre de bois permettaient d'absorber la totalité de la houle incidente, évitant ainsi les phénomènes secondaires de réflexion. Au cours des essais, différentes amplitudes et périodes ont été réalisées.

La vase expérimentée était une vase marine de la région de la baie de l'Aiguillon, dont les caractéristiques avaient été préalablement étudiées (nature, composition granulométrique, vitesses de chute et de tassement, pour différentes concentrations, etc.) [1].

L'eau utilisée dans le canal avait été préalablement traitée à l'aide d'une solution de chlorure de magnésium et de sodium, ce qui lui conférait les mêmes actions floculantes que les eaux marines (concentration en chlorure de magnésium à 0,126 N, correspondant à la somme des concentrations en ions divalents de l'eau de mer).



Graphique 4, 6

[1] En ce qui concerne les méthodes d'analyse des matériaux argileux, voir les ouvrages de M. le Professeur Rivière [30, 32].

Avant chaque expérience, la vase introduite dans l'eau du canal était soumise à un brassage mécanique intense afin d'obtenir un mélange initial homogène de concentration déterminée.

Les temps de dépôt et de tassement des vases ont été mesurés à partir du moment où l'on arrêtait ce brassage — temps t_0 — et les mesures effectuées pour différents temps de tassement t_1, t_2, t_3... t_n (*graphique 4,6*).

Au cours de ces essais, la viscosité de la vase était soigneusement enregistrée [1] à l'aide d'un viscosimètre Brookfield, dont le principe consiste à mesurer le couple résistant exercé sur un rotor tournant à une vitesse déterminée.

L'amplitude des trajectoires des particules, ainsi que leur déplacement, étaient mesurés en repérant des particules de matériaux à différentes profondeurs. Dans certains cas, des éléments très fins, colorés, d'une densité apparente voisine de celle de la vase (afcolène), étaient préalablement introduits dans la masse afin de faciliter le repérage des mouvements de vase.

Des prélèvements d'eau à différentes profondeurs permettaient de suivre avec précision la variation possible de la turbidité au-dessus du plan de séparation de l'eau et de la vase, au cas où une remise en suspension du matériau serait apparue.

Parallèlement à ces mesures, la variation du profil le long du canal était relevée, dans le but de suivre la variation de la profondeur due au tassement de la vase et de contrôler le déplacement, sous la houle, de la masse de vase, et la modification de pente des dépôts en résultant.

VIII. RÉSULTATS DES ESSAIS

1° Propagation de la houle sur des fonds de vase.

La propagation d'un mouvement cylindrique monochromatique, sur un fond de vase, engendre un certain nombre de phénomènes qui la différencient notablement de la propagation d'une houle classique, que ce soit sur fond infiniment rigide, ou sur fond mobile constitué de sable ou de galets.

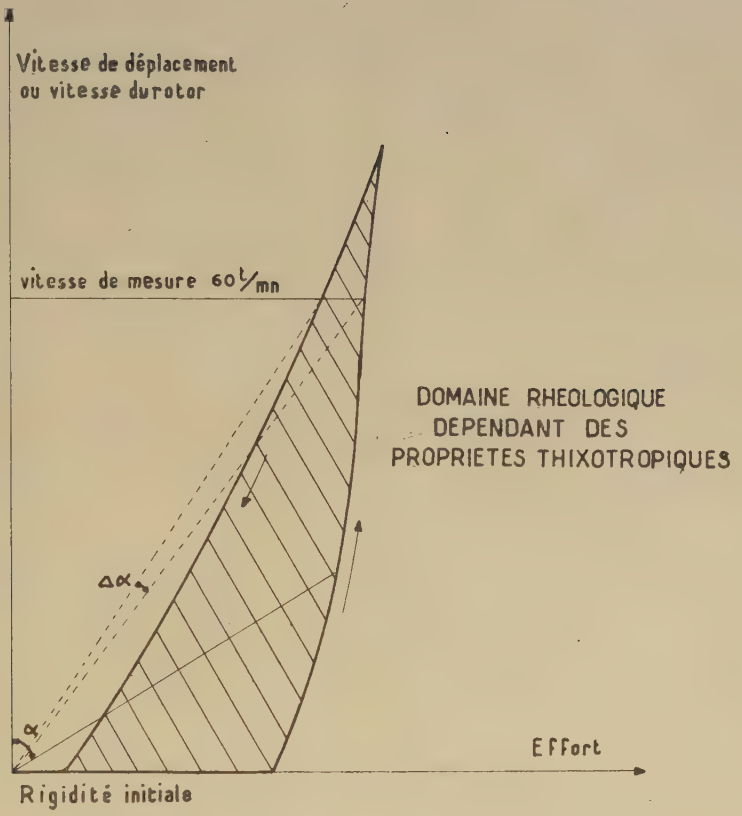
En laboratoire, les phénomènes illustrant les particularités de ces mouve-

[1] La mesure de la viscosité de la vase demande quelques précisions. En effet, la vase naturelle, qui constituait le matériau expérimental, possède des propriétés rhéologiques et thixotropiques très particulières, qui peuvent enlever toute signification aux mesures si celles-ci ne sont pas effectuées dans certaines conditions.

Il importe, tout d'abord, de préciser que toutes les mesures sont des mesures de viscosité relative, rapport de l'effort effectué par la vitesse de rotation. Étant donné que la vase possède une rigidité initiale non négligeable, cette valeur ne présente une signification que pour des vitesses élevées de rotation du rotor.

D'autre part, la vase, douée de propriétés thixotropiques, ne donne de résultats cohérents que dans des conditions bien définies. Les mesures effectuées, l'ont été à une vitesse de 60 t/mn, pour laquelle les variations dues aux propriétés thixotropiques sont négligeables. De plus, elles concernent la phase vaseuse, ayant atteint sous l'action de la houle un état rhéologique stable (voir *graphique 4, 7*).

COURBE RHEOLOGIOUE D UNE VASE



tgα: Viscosité relative ν_r
Δα: Valeur de l'erreur possible sur la mesure de la viscosité pour la vitesse de mesure adoptée.

Graphique: 4.7

ments, sur fond de vase, peuvent être observés par des expériences de deux types :

— action d'une houle sur fond vaseux ayant subi un tassement plus ou moins prolongé;

— propagation d'une houle dans un domaine fluide de viscosité initialement homogène, subissant l'effet de tassement.

Cette description schématise les conditions naturelles moyennes, mais permet de suivre l'évolution des phénomènes en cause, en fonction des caractéristiques du milieu dans lequel se propage le mouvement. Les conditions imposées par ces schémas représentent cependant — assez grossièrement, il est vrai — des milieux naturels, qui correspondent respectivement aux deux états suivants :

— une période qui fait suite à un calme plat de longue durée et permet une consolidation des fonds vaseux;

— une période qui fait suite à une tempête exceptionnelle et provoque la mise en suspension du matériau vaseux dans toute la masse du fluide.

Le milieu naturel le plus fréquemment observé constitue donc un cas intermédiaire.

Notons, de plus, que la phase visqueuse, déposée dans le canal d'essais, est limitée à une profondeur relativement faible, par une chape rigide, au niveau de laquelle, dans la majorité des cas expérimentaux, le mouvement ondulatoire n'est pas négligeable; la vase des fonds naturels atteint, par contre, des profondeurs extrêmement importantes.

1. Dans le cas d'un fond vaseux, ayant subi l'effet d'un tassement prolongé, l'existence d'une rigidité initiale (yeld value) a pour conséquence le fait qu'un mouvement progressif de très faible amplitude s'identifie avec la propagation d'une houle sur fond rigide. La longueur d'onde est alors donnée par la loi d'Airy, et les particules de fluide, au voisinage du fond, décrivent des ellipses infiniment aplaties; il se développe, entre autres, dans le fluide, une couche limite, dans des conditions qui ont été étudiées dans les chapitres précédents.

Dès que l'amplitude de la houle devient suffisante, on assiste à l'amorce d'un mouvement des particules de vase, à la surface du fond, qui présente un mouvement ondulatoire de plus en plus caractérisé et, corrélativement, une modification des trajectoires des particules d'eau situées près du fond : les ellipses infiniment aplaties de la théorie classique font place à des ellipses dont la dimension du petit axe n'est plus négligeable.

Ce mouvement apparaît lorsque l'action des forces de pression, développées sur le fond de vase, est suffisante pour briser la rigidité initiale de la vase [1]. Dès que ce mouvement s'amorce, la rupture de la rigidité initiale se transmet en profondeur. Simultanément, les propriétés théologiques du milieu évoluent,

[1] Les caractéristiques de la houle susceptible de rompre la rigidité initiale sont, *a priori*, fixées par les caractéristiques cinématiques du mouvement au contact du fond, et dépendent des propriétés de la vase et, en particulier, de son degré de tassement.

par suite des propriétés thixotropiques caractéristiques des vases. L'épaisseur de vase intéressée par le mouvement croît jusqu'à un état limite fonction des *caractéristiques cinématiques* du mouvement orbital à l'interface (variables pendant la période d'établissement du régime) et de *celles de la vase* elle-même (variables elles aussi); ces deux groupes de caractéristiques réagissent l'un sur l'autre, pour aboutir à l'état d'équilibre dynamique final.

On peut supposer, en première approximation, que les équations qui régissent le mouvement de l'eau claire — et, en particulier, celui de la surface libre — ont une forme identique à celles de la houle classique; mais, il importe de noter que les conditions aux limites ne correspondent plus à un fond horizontal, mais à une ondulation périodique de l'interface, supposée bien définie. Cette ondulation peut être assimilée, en première approximation, au mouvement de la surface : $y_0 = H$, définie par les molécules d'eau situées à la cote y_0 au repos, relative à une houle se propageant par une profondeur H′ supérieure à celle de l'eau claire H [1].

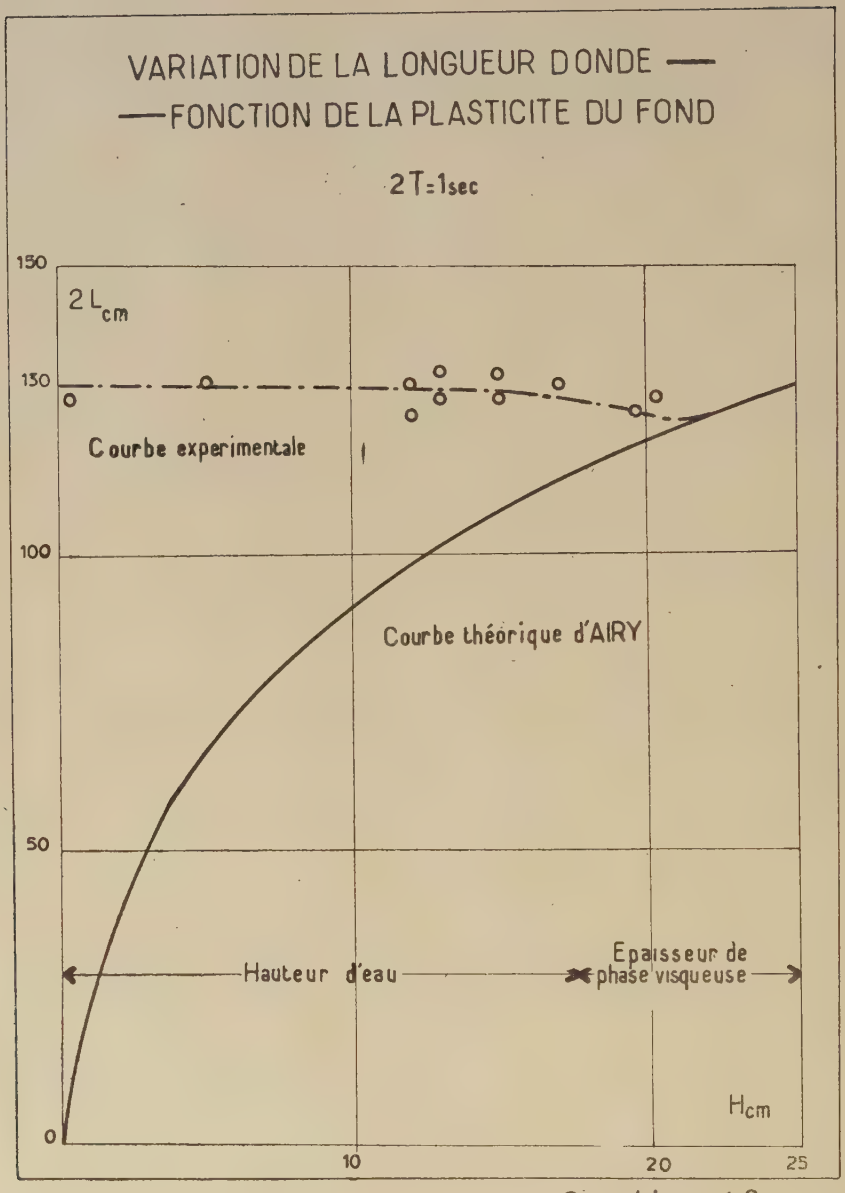
En conséquence, si cette hypothèse est exacte, la longueur d'onde d'une houle, pour une épaisseur d'eau claire donnée, variera suivant les caractéristiques du mouvement ondulatoire de l'interface, donc suivant la viscosité du milieu chargé de particules vaseuses.

On vérifie que, pour une période donnée du mouvement progressif, la longueur d'onde est comprise entre les longueurs d'onde des houles se propageant dans un milieu sans viscosité, par des profondeurs respectivement égales à l'épaisseur de la lame d'eau claire, et à l'épaisseur totale du milieu intéressé par le mouvement.

Il n'est pas dans notre intention de procéder à une description complète des expériences ayant porté sur les caractéristiques des mouvements progressifs sur fond de vase, ni d'en énumérer tous les résultats, car tel n'est pas le but de la présente étude. Nous nous contenterons de décrire, ci-après, une expérience typique, qui rassemble pratiquement tous les résultats susceptibles d'expliquer, par la suite, le comportement des fonds vaseux, à partir des phénomènes purement hydrauliques inhérents à la nature des mouvements progressifs.

2. L'expérience, que nous allons décrire, a consisté à reproduire un mouvement progressif (houle établie de laboratoire) dans un milieu chargé de particules vaseuses subissant les effets de tassement. La surface libre a été fixée à 25 cm au-dessus d'une chape horizontale parfaitement rigide. L'eau était chargée d'une certaine quantité de vase, conférant au milieu fluide, après brassage, une viscosité homogène de l'ordre de 10 cps; ce milieu était excité par le « groupe générateur de houle » produisant des ondes progressives

[1] L'expérience montre que l'interface est effectivement, dans la majorité des cas, animée d'un mouvement ondulatoire assimilable à celui d'une surface $y_0 = \text{Cte}$; pour certaines houles particulièrement violentes, l'interface peut présenter néanmoins, une dissymétrie extrêmement prononcée, et des creux très élevés. Dans ce dernier cas, le mouvement de l'eau claire peut aussi être représenté par des équations d'une forme identique à celles de la houle classique, sauf, toutefois, au voisinage de l'interface.



Graphique:4,8

de 4,1 cm de creux, avec une période égale à 1 seconde (voir *graphique 4,8*).

Au début de l'expérience, les longueurs d'onde mesurées étaient sensiblement égales à celles que nous aurions obtenues pour 25 cm d'eau claire; c'est-à-dire que, pour une viscosité de l'ordre de 10 cps, la longueur d'onde du mouvement est sensiblement la même que pour de l'eau pure. A la précision des mesures près et dans ce cas limite — correspondant à une faible viscosité —, le mouvement en surface, c'est-à-dire en réalité, sur une épaisseur très faible, serait correctement rendu en écrivant les équations classiques de la houle pour une profondeur $H' = 25$ cm. Les équations ne pourraient rendre compte des mouvements au sein du fluide, car l'influence des termes de viscosité introduit un déphasage dans la propagation du mouvement en profondeur [1].

Au fur et à mesure que le tassement s'accentue, et que, corrélativement, la viscosité de la couche de vase croît, la longueur d'onde moyenne devient inférieure à celle de la longueur d'onde que permet de prévoir la courbe théorique d'Airy, appliquée pour la profondeur de 25 cm, mais supérieure à celle que permet de prévoir la courbe d'Airy pour la profondeur H existante d'eau claire.

La courbe expérimentale [2] et la courbe d'Airy, susmentionnées, se confondent à partir d'un point qui correspond pratiquement, d'après nos expériences, à une hauteur qui ne laisse subsister qu'une épaisseur de vase égale à 2,5 cm, dont la valeur de la viscosité est relativement très élevée [3], (plusieurs milliers de cps au moins). On peut donc admettre, qu'à partir de cette valeur, pour des houles de gradient de pression comparable à celui des houles de laboratoire, les fonds vaseux se comportent sensiblement comme un fond infiniment rigide en ce qui concerne la propagation du mouvement.

En ce qui concerne la propagation des houles en eau claire (de viscosité négligeable) relativement peu profonde, au-dessus d'une phase visqueuse, séparée de la phase fluide, de viscosité négligeable, par une interface bien définie, les observations effectuées au cours de cette expérience permettent de distinguer du point de vue purement hydraulique différents processus d'interaction entre les deux milieux.

Lorsque la viscosité du milieu chargé de particules de vase est inférieure à 10 cps environ, le mouvement est convenablement représenté par les équations classiques de la houle. La couche limite, qui se développe au contact

[1] Le déphasage apparaît d'une façon évidente pour la considération des équations de Navier-Stokes (voir Lamb, [13]). Son existence est cependant assez difficile à déceler avec les houles de laboratoire.

[2] On peut vérifier par des conditions d'ordre théorique que la courbe expérimentale passe par un minimum.

[3] Il semble qu'une détermination précise de la limite inférieure de la viscosité de la vase, au-dessus de laquelle le comportement du fond permet de l'assimiler à un fond rigide, doive révéler une variation de cette limite en fonction des caractéristiques de la houle. Il est, en particulier, évident que cette limite est très faible, pour une houle courte qui se situe dans le domaine de l'eau très profonde.

d'un fond éventuel, est cependant plus épaisse (proportionnellement à $\sqrt{\nu}$), et les phénomènes propres à la couche limite engendrent des pertes d'énergie par frottement sensiblement plus importantes que dans l'eau uniformément claire.

Lorsque la viscosité de la phase visqueuse augmente, tout en restant relativement faible, c'est-à-dire pratiquement inférieure à 100 cps environ, le mouvement se propage au-dessous de l'interface, et reste très analogue à celui de l'eau claire. Le milieu visqueux est, néanmoins, animé d'un mouvement qui ne peut être correctement représenté par les équations de NAVIER-STOKES simplifiées, dans lesquelles on néglige les effets de viscosité.

L'influence de la viscosité se traduit, en particulier, par un certain déphasage, qui varie avec la valeur de la viscosité et avec la profondeur au-dessous de l'interface.

Lorsque la viscosité de la phase visqueuse atteint et dépasse 100 cps, le mouvement dans la phase visqueuse devient relativement réduit, et l'on observe, dans le fluide situé au-dessus de l'interface, la naissance d'une couche limite. Autrement dit, alors que les pertes d'énergie par frottement se concentrent dans le milieu visqueux, lorsque celui-ci est doué d'une viscosité relativement faible, celles-ci se répartissent à la frontière de l'interface dès que la viscosité augmente. Le domaine marginal du fluide visqueux, intéressé par ces phénomènes décroît lorsque la viscosité augmente, tandis que le domaine marginal du fluide à viscosité négligeable croît. On observe donc, à nouveau, l'existence d'une couche limite dans le domaine de l'eau claire, dont l'importance augmente avec la viscosité de la phase visqueuse, jusqu'à redevenir comparable à celle développée par un fond infiniment rigide, c'est-à-dire pratiquement à partir d'une valeur de la viscosité relative de l'ordre de 10 000 cps, pour des houles de gradient de pression au-dessus du fond, comparable à celui des houles de laboratoire expérimentées.

Nous pensons qu'il est inutile de s'étendre davantage sur les conditions de propagation des mouvements progressifs périodiques, dans les milieux comportant une partie d'eau claire et une partie, plus visqueuse, d'eau chargée de particules de vase. Rappelons, en effet, que les indications sommaires qui précèdent, n'avaient pour but que d'introduire l'étude des conséquences de la propagation du mouvement de la houle dans des milieux partiellement vaseux — lorsque la viscosité d'un tel milieu est comprise entre 10 et 100 cps; les phénomènes qui se développent, dans ces conditions, constituent un processus naturel très particulier des déplacements de vase sous l'action des houles. Nous ne traitons, de plus, de cette question qu'en tant qu'application de l'étude des phénomènes propres aux couches limites des houles.

2° **Mouvements oscillatoires des particules de vase sous l'action d'une houle, à différentes profondeurs.**

Ainsi que nous l'avons exposé ci-dessus, la présence d'un mouvement progressif, périodique, dans la lame d'eau située au-dessus d'une vase de viscosité comprise entre 10 et 100 cps, développe dans celle-ci un mouvement

REPARTITION DES ORBITES EN FONCTION DE LA PROFONDEUR DANS L'EAU ET DANS LA VASE

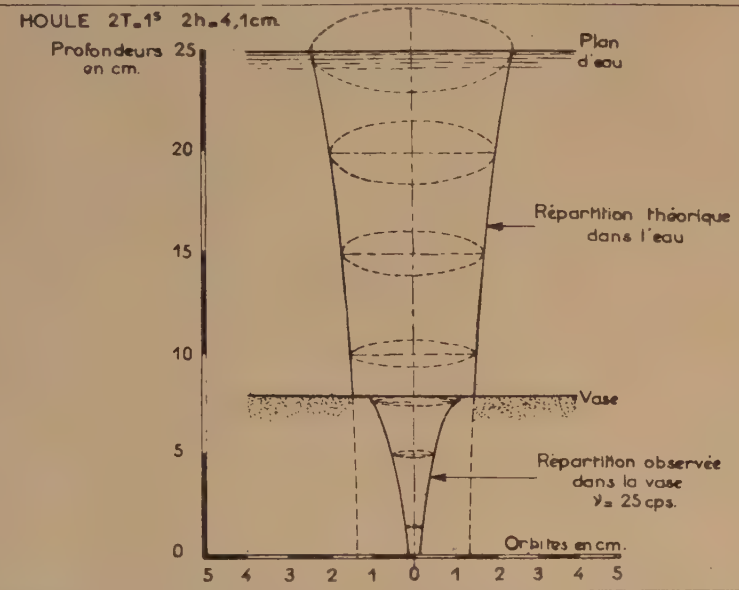
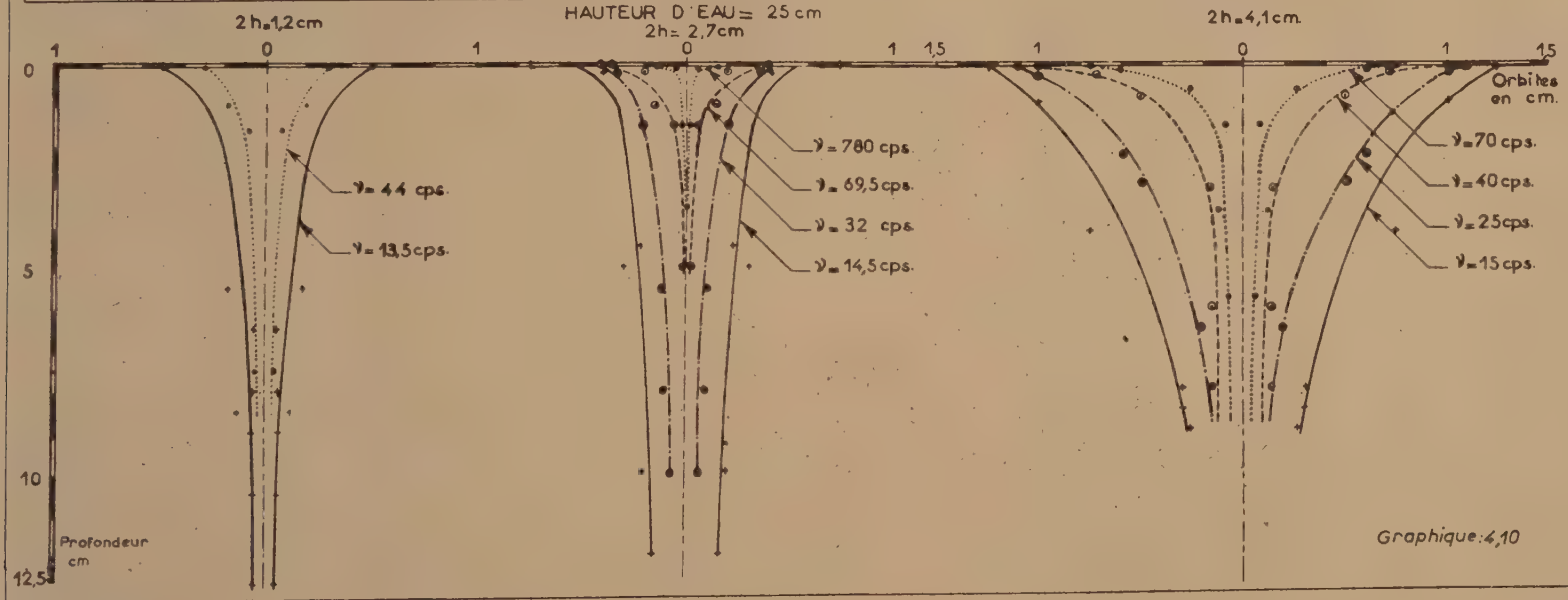


Schéma: 4,9

MOUVEMENT DES PARTICULES DE VASE EN FONCTION DE L'AMPLITUDE DE LA HOULE ET DE LA VISCOSITE DU MILIEU EXPERIMENTE 2T = 1sec



Graphique: 4,10

périodique cylindrique qui ne répond plus aux équations classiques du fluide parfait, car il est indispensable de faire intervenir les termes de viscosité dans les équations de NAVIER-STOKES. Toutefois, les orbites décrites par les particules que l'on peut mettre en évidence par l'introduction de grains d'un matériau pulvérulent de même densité que la vase (afcolène) sont sensiblement constituées par des ellipses dont les dimensions du grand axe et du petit axe diminuent en fonction de la profondeur de la particule considérée dans la couche de vase (voir *schéma 4, 9*).

Le *graphique 4, 10* donne les résultats des mesures des grands axes des orbites en fonction de la profondeur pour une houle particulière : H = 25 cm, 2 L = 1,30 m, 2 T = 1 s, pour différentes valeurs de l'amplitude en surface 2 h, et pour différentes valeurs de la viscosité.

L'influence du terme de viscosité se traduit, près de l'interface, par une décroissance très rapide de l'amplitude du mouvement, alors qu'au contraire, dans un fluide non visqueux, l'amortissement du grand axe est extrêmement progressif (voir *graphique 4, 11*). La profondeur, jusqu'à laquelle le phénomène est sensible, dépend de façon très directe de la viscosité de la vase, et de l'amplitude de la houle. Il s'agit là, nous le rappelons, d'un mouvement propre au fluide visqueux, qui ne peut généralement être considéré comme un mouvement de zone marginale.

Pratiquement, on peut admettre que l'amplitude des mouvements à faible distance de l'interface, n'est, dans la vase, qu'environ les 7/10 de l'amplitude des mouvements observés dans le fluide non visqueux au-dessus de l'interface, dès que la viscosité atteint des valeurs d'environ 40 cps.

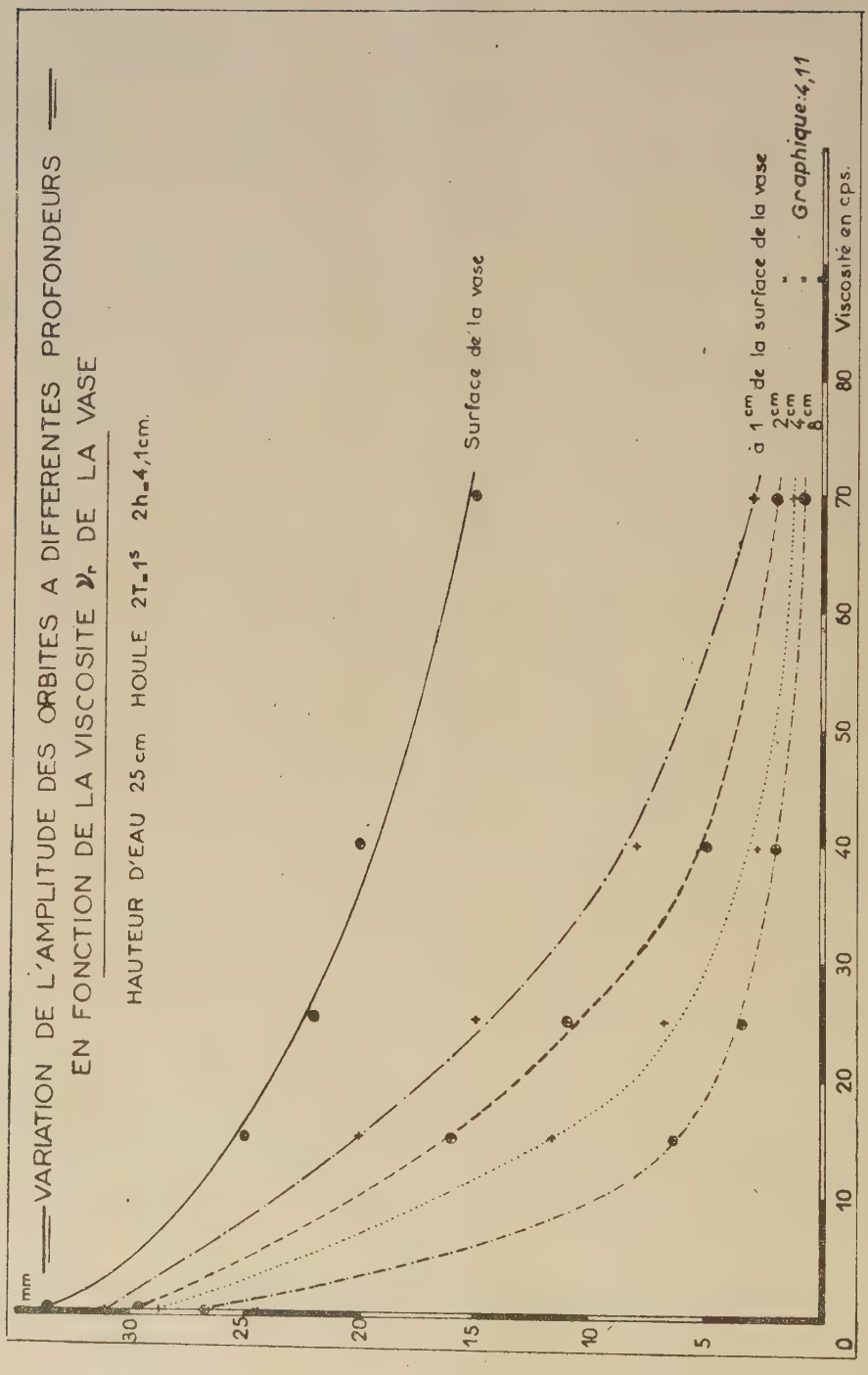
Nous rappelons qu'il n'est pas possible de dégager des lois de ces mouvements sans faire intervenir les propriétés rhéologiques du milieu. En effet, la thixotropie de la vase, est telle que sa viscosité varie considérablement, lorsque l'on s'éloigne de l'interface, par suite de la mise en mouvement plus ou moins importante de la vase.

Le résultat essentiel de nos expériences concerne en fait le mouvement de translation moyen des particules de vase qui résulte des phénomènes de frottement près de l'interface, et que nous exposerons maintenant.

3° Mouvements de translation des particules de vase dans le sens de propagation de la houle.

Le développement d'un mouvement laminaire, dans le fluide visqueux, sous l'action d'une houle cylindrique du fluide sain, situé au-dessus du milieu visqueux, se traduit par un mouvement de translation moyen des particules de vase dans le sens de propagation de la houle, d'une façon comparable aux phénomènes que nous avons étudiés et analysés, en ce qui concerne la couche limite des houles sur fond rigide.

Cette action se met particulièrement bien en évidence par son effet global, qui a pour résultat de faire évoluer un fond horizontal de vase dans un canal, vers un profil d'équilibre régulièrement croissant, de l'amont jusqu'à l'aval, avec accumulation, dans la partie aval du canal, devant la limite aval de


VARIATION DE L'AMPLITUDE DES ORBITES A DIFFERENTES PROFONDEURS
EN FONCTION DE LA VISCOSITE ν_r DE LA VASE
HAUTEUR D'EAU 25 cm HOULE 2T=1s 2h=4,1cm.
mm
30
25
20
15
10
5
0
Surface de la vase
à 1 cm de la surface de la vase
2cm
4cm
8cm
10
20
30
40
50
60
70
80
Viscosité en cps.
Graphique:4,11

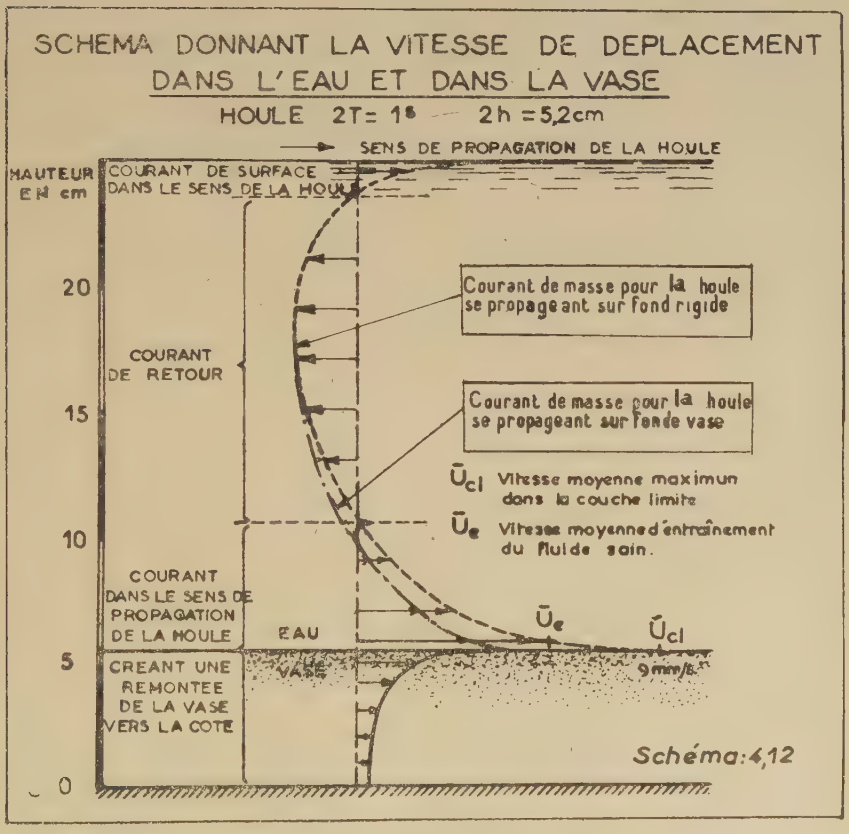
celui-ci, de matériaux provenant de la partie amont sans aucune remise en suspension de ce matériau.

Les études, que nous avons effectuées avec des grains de même densité que la vase incorporés à celles-ci, nous ont permis d'examiner les conditions qui influent sur les phénomènes de translation des particules de vase sous l'action de la houle.

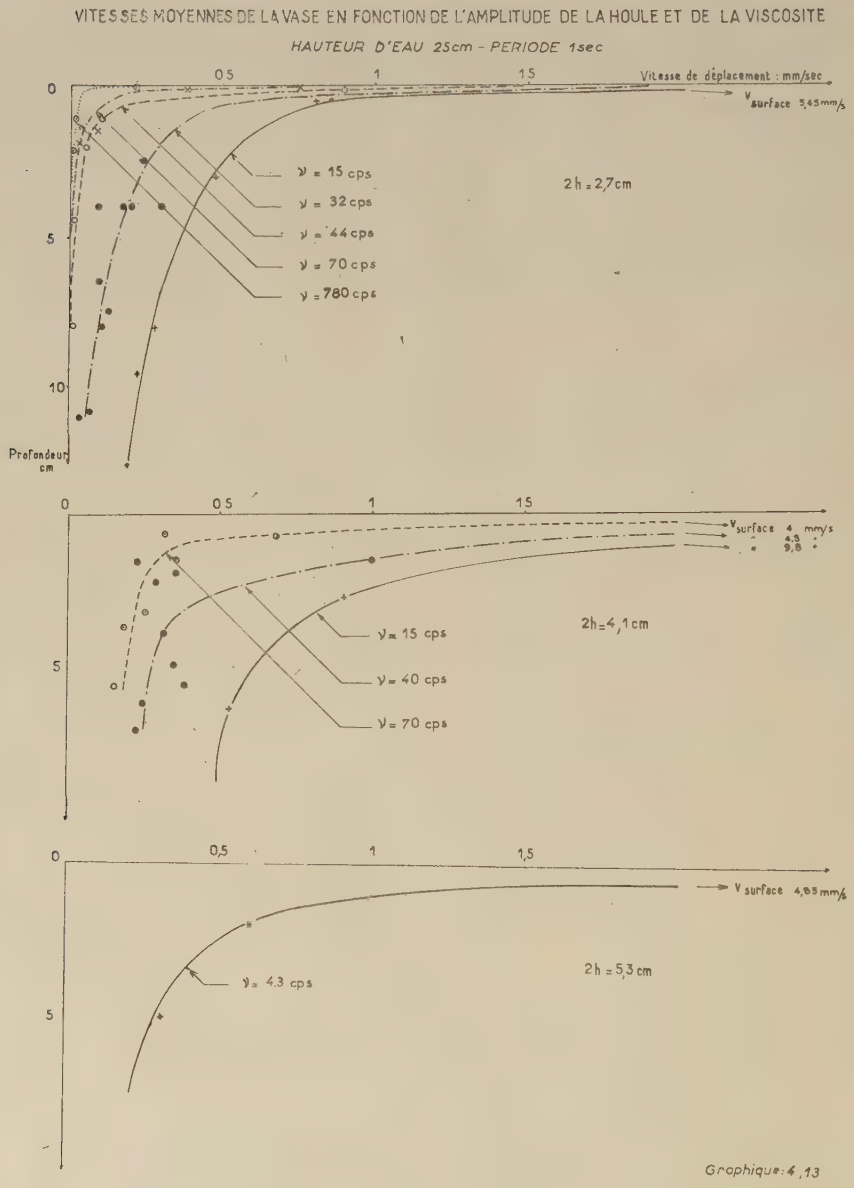
Nous étudierons successivement :

— la répartition des vitesses de translation moyenne;
— l'influence de la viscosité sur les vitesses de translation;
— l'influence des caractéristiques de la houle;
— le débit solide des vases qui peut résulter de l'action de la houle dans une section type.

Le *croquis 4, 12* schématise la répartition des différents courants moyens existants, dans le fluide sain, pour lequel la viscosité est négligeable, et dans la vase sous-jacente pour laquelle les forces de viscosité jouent un rôle essentiel.



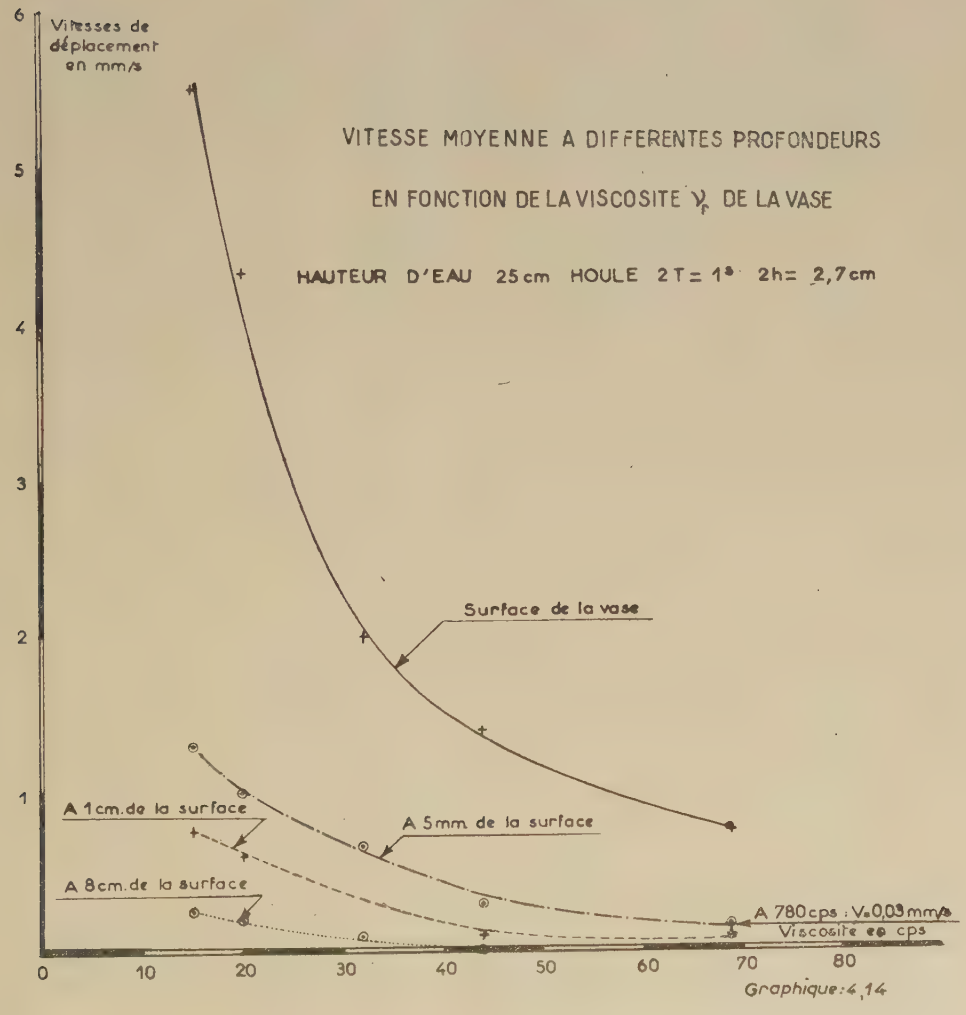
Le *graphique 4, 13* donne la répartition de la vitesse de déplacement de la vase, en dessous de l'interface de séparation des deux milieux pris comme zéro de référence. L'on constate, d'une part, une décroissance rapide des vitesses résultantes moyennes, en fonction de la viscosité, et, d'autre part, une atténuation brutale du mouvement près de la surface, dès que la valeur



Graphique 4, 13

de la viscosité est importante. C'est, en effet, la zone où le gradient des vitesses est très élevé, qui constitue pratiquement une zone marginale dans laquelle se développent les forces de frottement. La variation du gradient des vitesses moyennes est peu sensible pour les viscosités de l'ordre de 10 à 30 cps, pour lesquelles on peut admettre que les phénomènes de frottement à l'interface sont négligeables. Le mouvement s'observe plus en profondeur et ne peut plus être assimilé aux mouvements de couche limite.

Nous avons porté sur le *graphique 4, 14,* la variation de la vitesse de déplacement à différentes profondeurs, en fonction de la viscosité de la vase pour une même houle. Ces courbes mettent en évidence l'influence essentielle de la viscosité sur les vitesses moyennes de déplacement, et l'interprétation



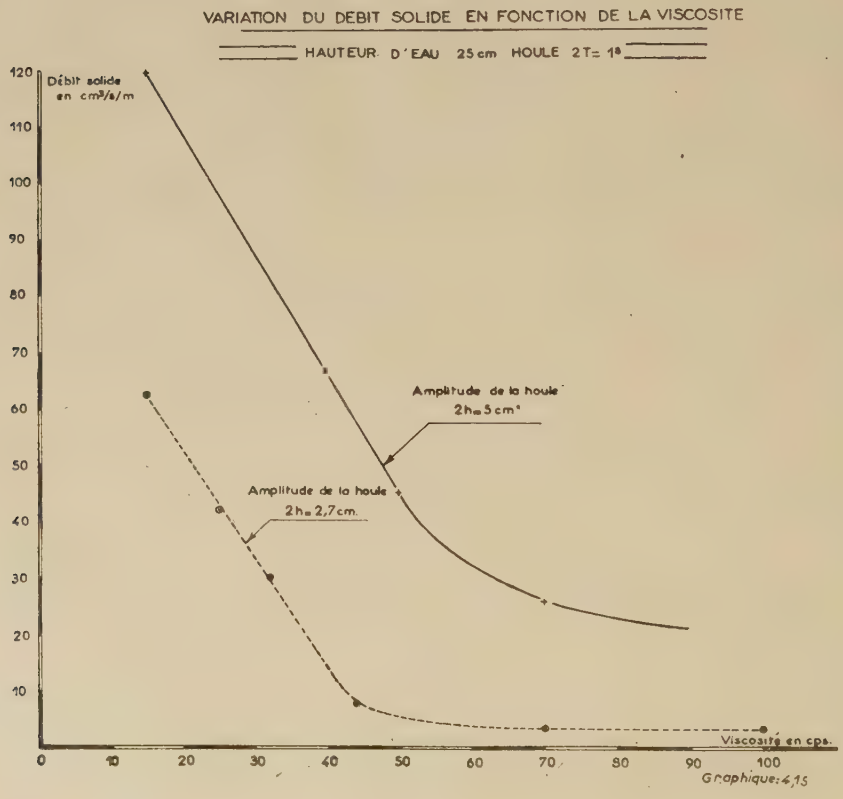
Graphique: 4,14

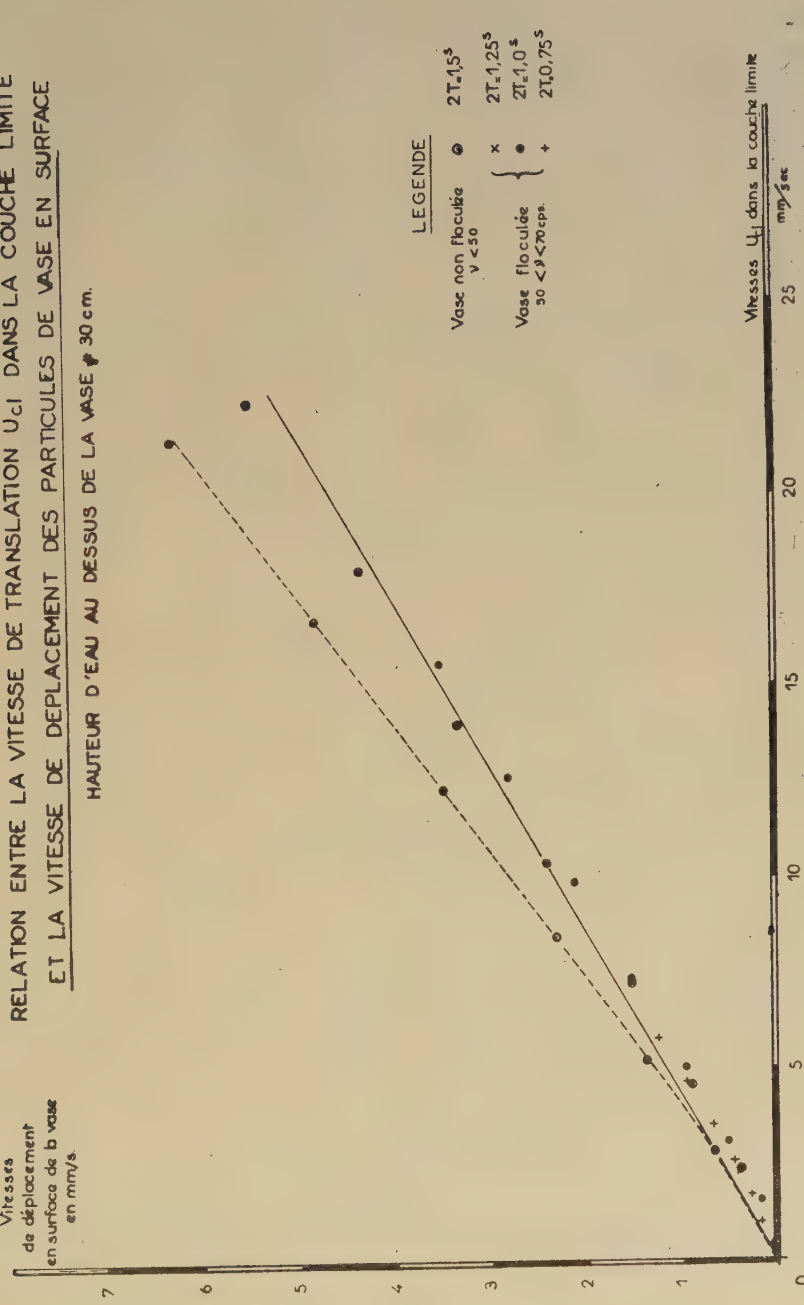
de ces courbes permet de déduire une notion de débit solide possible en fonction de la viscosité, que nous avons porté sur les courbes du *graphique 4, 15.* Étant donné que la viscosité augmente avec la teneur en matériau du milieu, le débit plus important observé à faible viscosité (de l'ordre de 20 cps) pourra représenter des transports de matériaux secs moins importants que ceux intéressant le débit d'une vase de viscosité comprise entre 30 et 70 cps.

Sur le *graphique 4, 16,* nous avons porté, à titre indicatif, la relation expérimentale que nous avons trouvée, qui permet de relier la vitesse de déplacement en surface de la vase, et la vitesse théorique dans la couche limite sur un fond infiniment rigide U_{cl}. Ces résultats se groupent relativement bien, et on peut admettre, en première approximation, que, pour des vases dont la viscosité est comprise entre 30 et 70 cps, on a la relation :

$$U_v = 0{,}25 \ U_{cl}.$$

Du point de vue théorique, il apparaît que l'influence de la viscosité, dans la propagation de mouvements progressifs cylindriques périodiques, se traduit par un mouvement moyen d'entraînement des particules dans le




RELATION ENTRE LA VITESSE DE TRANSLATION Ucl DANS LA COUCHE LIMITE
ET LA VITESSE DE DEPLACEMENT DES PARTICULES DE VASE EN SURFACE
HAUTEUR D'EAU AU DESSUS DE LA VASE = 30 cm.
Vitesses de déplacement en surface de la vase en mm/s
LEGENDE
Vase non floculée v < 30
Vase floculée 30 < v < 70 cm/s
2T.1,5³
2T.1,25³
2T.1,0³
2T.0,75³
Vitesses Ucl dans la couche limite
m/sec
Graphique 4,16
0
1
2
3
4
5
6
7
5
10
15
20
25

sens de propagation de la houle. La compensation de ce mouvement, qui permet de conserver une surface libre stable s'effectue dans la zone de viscosité minimum (la nappe d'eau claire dans le cas de nos expériences).

Dans le cas de propagation de ces mouvements dans un fluide peu visqueux (eau claire) sur un fond rigide, seules les zones de frottement marginaux (couche limite de fond et de surface) sont animées de ce mouvement de déplacement moyen dans le sens de propagation du mouvement.

Si le mouvement progresse dans une nappe d'eau, située au-dessus d'un milieu de viscosité supérieure, celui-ci s'anime dans un mouvement périodique, qui s'accompagne d'un déplacement dans le sens de propagation du mouvement [1].

Ceci est valable, aussi bien dans le cas où le mouvement dans le milieu visqueux s'apparente à un mouvement de zone marginale à fort gradient de vitesse, ou à un mouvement de masse sans zone privilégiée de dissipation d'énergie par frottement.

En pratique, ce résultat a pour conséquence d'entraîner une remontée vers la côte des matériaux du milieu visqueux jusqu'aux zones de turbulence élevée, qui assurent la remise en suspension du matériau (zone de déferlement essentiellement). Remarquons d'ailleurs que la propagation du mouvement sur fond déformable augmente la stabilité de l'interface et retarde l'apparition de turbulence de fond.

IX. APPLICATIONS PRATIQUES

Le phénomène de remontée de la vase sous l'action de la houle, que nous avons décrit ci-dessus, constitue une cause non négligeable d'alimentation des atterrissements de vase sur certains points des côtes; en particulier, les remontées de vases marines participent certainement, dans une mesure importante, à la formation des polders d'origine marine tels ceux de la Sèvre Niortaise, en France, ou ceux de la mer de Waden, en Hollande.

Ce processus permet d'ailleurs de compléter l'explication de certains phénomènes, qui ont été souvent observés dans les zones de poldérisation [2].

Il suffit, en effet, que le gradient de pression soit de l'ordre de grandeur de la rigidité initiale (yeld value) des vases, pour que l'on observe une lente remontée du matériau. Or, la partie variable de la pression s'écrit :

$$\frac{p^*}{\rho g} = h \frac{\operatorname{ch} a(\mathrm{H} - y)}{\operatorname{ch} a\mathrm{H}} \cdot \cos(bt - ax)$$

[1] Une image physique du processus peut être donnée, si l'on considère que, bien que les particules du fluide parfait restent stables en valeur moyenne, l'énergie, et, par conséquent, la pression sur le fond, progresse, au cours de l'évolution du mouvement progressif. L'action sur l'interface de ce mouvement est donc assimilable du point de vue pression, au passage d'un train de rouleaux successifs se déplaçant sans frottement. On pressent que le passage de ces rouleaux au-dessus d'un milieu visqueux entraînera le déplacement de celui-ci dans le sens général du mouvement.

[2] *Cf.*, étude de M. Van Straaten [40, 41], et conférence prononcée par celui-ci, sur les faciès de la mer de Waden (Hollande), à la Sorbonne, le 11 avril 1957.

d'où :

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{\text{max. pour } y=H} = \frac{ha}{\operatorname{ch} aH}.$$

Les houles les plus faibles, que nous avons expérimentées, et qui correspondaient déjà à des débits non négligeables de vase, possédaient les caractéristiques suivantes :

$$H = 25 \text{ cm}; 2L = 1{,}60 \text{ m};$$
$$2T = 1 \text{ s}; 2h = 2{,}7 \text{ cm};$$

une houle océanique, correspondant à une période de $2T = 12$ s et une amplitude de $2h = 4$ m, c'est-à-dire, une houle de tempête moyenne et non exceptionnelle, aura une influence comparable jusqu'à une profondeur H' telle que $\frac{\partial p}{\partial x}$ soit d'un ordre de grandeur comparable à la valeur de l'essai cité ci-dessus :

$$\frac{1}{\rho g}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{ha}{\operatorname{ch} aH} = \frac{1{,}35\pi}{80 \operatorname{ch} \frac{\pi 25}{80}} = 2{,}8 \cdot 10^{-2} = \frac{h'a'}{\operatorname{ch}' H'} = \frac{2h'\pi}{2L' \operatorname{ch} a'H'} = \frac{400}{2{,}2 \cdot 10^4 \operatorname{ch} a'H'}$$

$$\operatorname{ch} a'H = \frac{4\pi}{2{,}8 \cdot 2{,}2} = 2{,}04 \qquad H' = 0{,}18 \times 220 \text{ m} \neq 40 \text{ m}.$$

Une houle de même période ($2T = 12$ s) et de 6 m d'amplitude aurait une action comparable pour :

$$ch\ a'\ H' = 3{,}06 \text{ d'où } H' = 0{,}27 \times 220 \text{ m} \neq 60 \text{ m}.$$

On voit donc que les houles océaniques sont susceptibles de provoquer une remontée de la vase des fonds depuis des profondeurs pouvant atteindre plusieurs dizaines de mètres, et sans doute même des profondeurs de l'ordre de 100 m, pour les grandes tempêtes océaniques.

Sous ces actions, il se produit une migration de la vase depuis les grands fonds vers la côte. En général, le matériau n'atteint pas la côte, car, dès que les fonds deviennent insuffisants, et, en particulier aux abords de la zone de déferlement, celui-ci est remis en suspension et entraîné vers le large, par suite de l'action des courants de masse (ripcurrents, ou courants de compensation), ou de l'action des courants de densité.

Le matériau remonte toutefois à la côte sous l'influence des courants de marée, ou de densité, si celle-ci est protégée de l'action brutale des lames (baie abritée, bassin des ports, etc.). Les bandes côtières abritées de la houle par une succession d'îles (îles Friesland en Hollande, île de Ré devant le Marais Poitevin, Noirmoutier, etc.), constituent des plages particulièrement propices à l'atterrissement des matériaux vaseux, et permettent, en particulier, lorsque la houle est suffisamment atténuée par la diffraction, au processus de remontée de la vase, sous l'action de la houle, de se poursuivre jusqu'à l'estran. Ce phénomène permet d'expliquer certains envasements, et en particulier l'apport des vases dans les polders marins de la baie de l'Aiguillon.

CONCLUSION

L'étude que nous avons entreprise avait pour but de réunir des résultats d'ensemble concernant l'importance des phénomènes de viscosité près du fond, en ce qui concerne la propagation de la houle et son action sur les fonds.

Cette étude s'est limitée au cas des houles progressives cylindriques monochromatiques, qui constituent la représentation la plus simple des mouvements progressifs périodiques.

Les phénomènes marginaux que nous avons étudiés et qui concernent le développement des couches limites près du fond sous leurs différents aspects : laminaire, partiellement turbulente, ou totalement turbulente, ont permis de mettre en évidence certaines propriétés caractéristiques fondamentales de la propagation de ces mouvements.

L'étude de ces phénomènes présente un grand intérêt et apporte des éléments nouveaux, en ce qui concerne les mouvements de la houle et ses conséquences. Les progrès nouveaux concernant la connaissance de ces mouvements, semblent devoir être recherchés essentiellement dans l'introduction des phénomènes marginaux pour lesquels les équations du fluide sain, jusqu'ici développées, ne sont pas suffisantes, les termes de viscosité ne pouvant être négligés.

Plusieurs études partielles sur ces différents phénomènes que nous avons analysés au cours de notre étude, montrent l'intérêt qui s'attache à une meilleure connaissance de ceux-ci.

Le domaine d'application pratique de ces recherches expérimentales ou théoriques est extrêmement vaste, et comprend, par exemple :

— les problèmes de similitude et en particulier la reproduction correcte de la houle sur modèle réduit;
— l'amortissement des houles en nature et en laboratoire;
— l'action des houles sur les matériaux;
— l'équilibre des plages;
— la formation des polders et la remontée des vases marines dans les estuaires, etc.

De cet ensemble de problèmes extrêmement vaste, nous avons cherché à établir une première théorie constituant un aperçu général, que les expériences futures et, en particulier, les mesures en nature, doivent permettre de compléter, d'élargir et de vérifier. Des vérifications nombreuses des théories ci-dessus exposées sont possibles dans le domaine du laboratoire, et il serait souhaitable qu'elles soient effectuées dans l'avenir.

Lorsque ces vérifications auront précisé la portée d'ensemble de nos schémas explicatifs, il sera intéressant d'élargir le domaine de recherche que nous nous

sommes fixé. En particulier, la présente étude pourra être prolongée par des recherches diverses, dont l'énumération ci-dessous n'est donnée qu'à titre indicatif :

— étude systématique des couches limites en mouvement cylindrique au-dessus de fonds perméables;

— caractéristiques des couches limites lors de la propagation des houles sur fonds variables (problème à trois dimensions) et, en particulier, influence de la diffraction et de la réfraction de la houle;

— étude des émissions internes de turbulence de la houle en particulier lors de la diffraction et de la réfraction;

— étude des phénomènes marginaux et des instabilités internes des mouvements aux approches de la zone de déferlement;

— essai de détermination d'une loi des débits solides;

— recherche théorique sur les formes d'équilibre des plages, etc.

Nous espérons que le présent travail aura permis de dégrossir partiellement ce vaste sujet, et suggérera de nombreuses études dans l'avenir.

NOTATIONS ET SYMBOLES

a_f [1] : excursion théorique d'une particule du fluide sain située près du fond.

a [1] : paramètre caractéristique de la houle $a = \frac{\pi}{L}$.

b : paramètre caractéristique de la houle $b = \frac{\pi}{T}$.

D : diamètre des particules.

d : demi-distance entre axes des rides.

E : énergie.

F : potentiel des déplacements.

f : fonction algébrique.

G : fonction résolvante.

H : épaisseur de la lame d'eau.

h : demi-amplitude de la houle.

k : $k = b\frac{\delta^2}{\nu}$.

L : demi-longueur d'onde de la houle.

Q : quote-part d'énergie dissipée.

p : pression.

p^* : partie variable de la pression.

R :
- R_1 : nombre de REYNOLDS global — $R_1 = \frac{u_M H}{\nu}$.
- R_2 : nombre de REYNOLDS marginal — $R_2 = \frac{u_M \delta}{\nu}$.
- R_3 — R_ε : nombre de REYNOLDS de rugosité — $R_\varepsilon = \frac{u_f \varepsilon}{\nu}$.

$$R_3 = \frac{b^{1/2}}{\nu^{1/2}}\varepsilon$$

r : r et r' : dimensions des axes des orbites.

T : demi-période de la houle.

t : temps.

u : vitesse horizontale.

u_M : vitesse maximum dans le fluide.

[1] Il importe de bien noter que a_f a les dimensions d'une longueur, alors que a a les dimensions de l'inverse d'une longueur.

u_f : vitesse théorique maximum près du fond.

$u\delta_M$: vitesse théorique maximum à la frontière de la couche limite.

$u\delta$: vitesse à la frontière de la couche limite.

u_{cl} : vitesse moyenne d'entraînement maximum dans la couche limite.

u_e : vitesse moyenne d'entraînement du fluide sain à la frontière de la couche limite.

v : vitesse verticale.

w : vitesse de chute.

x : abscisse mesurée sur un axe horizontal.

y : ordonnée mesurée sur une verticale descendante
y' : ordonnée mesurée sur une verticale ascendante
$y' = H - y.$

$\bar{y}$: Valeur réduite de y'. $\bar{y} = \sqrt{\frac{\bar{b}}{\nu}}\, y'.$

α : constante.

β : constante.

γ : coefficient cinématique moyen d'amortissement.

Δ : $\frac{1}{\delta}\frac{\partial \delta}{\partial \tau}$.

δ : épaisseur de la couche limite.

$\bar{\delta}$: valeur réduite de δ. $\bar{\delta} = \sqrt{\frac{\bar{b}}{\nu}}\,\delta.$

δ_b : épaisseur du film laminaire.

δ_{th} : valeur théorique caractéristique de l'épaisseur de la couche limite

$$\delta_{th} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\nu\tau}$$

ε : dimension de la rugosité.

ζ : rotationnel.

μ : coefficient lié au rotationnel de la houle.

ν : coefficient de viscosité cinématique.

ν_r : viscosité relative.

ρ : densité des matériaux.

ρ_o : densité du fluide.

ς : demi-amplitude de la ride.

τ : variable sans dimension $\tau = bt - ax$.

Υ : force de frottement.

φ : potentiel des vitesses.

X : paramètre sans dimension :

$X_1 = \frac{b^{1/2}}{\upsilon^{1/2}}\frac{p^*}{\rho g}$ (paramètre caractéristique de la stabilité de la couche limite et de la formation des rides);

$X_2^{3/2} = \sqrt{\frac{1}{\nu}\overline{\frac{du}{dy}}} \cdot \frac{2p'}{\rho g}$ (paramètre caractéristique du mouvement en masse du sable);

$X_3 = \frac{1}{\nu}\frac{du}{dy}\frac{H}{a}$ (paramètre caractéristique de l'évolution de la turbulence).

X_m^δ valeur de X^m à la frontière de la couche limite; m = 1, 2, 3.

ψ : fonction de courant.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Backmeteff. — Mécanique de l'écoulement turbulent des fluides, Dunod, 1941.

[2] Biesel F. — Équation du second ordre de la houle irrégulière, *Houille Blanche,* 1951, n° 3.

[3] Biesel F. — Calcul de l'amortissement d'une houle dans un liquide visqueux de profondeur finie, *Houille Blanche,* 1956, n° 5.

[4] Biesel F. et Carry C. — A propos de l'amortissement des houles dans le domaine de l'eau peu profonde, *Houille Blanche,* 1956, n° 6.

[5] Bouasse. — Houles, rides, seiches et marées, Delagrave.

[6] Boussinesq. — Essai sur la théorie des eaux courantes.

[7] Beach erosion board. — Oscillatory waves diagrams and table of relationship commonly used in investigations of surface waves, 1er juillet 1948.

[8] Brun E. et Vasseur. — La mécanique des suspensions, *Journal des laboratoires de Bellevue du C.N.R.S.,* n° 3, 1947.

[9] Brun E. — Introduction à l'étude de la couche limite, Gauthiers-Villars, 1955.

[10] Carry C. — Calcul de l'amortissement d'une houle dans un liquide visqueux en profondeur finie, *Houille Blanche,* 1956, n° 1.

[11] Craya. — Idées actuelles sur les mécanismes de la turbulence et des transferts thermiques turbulents, *Mémoires et travaux de la Société Hydrotechnique de France,* supplément au volume I, 1957.

[12] Huon LI. — Stability of oscillatory laminar flow along a wall, *Beach Erosion Board, Technical memorandum, n° 47,* 1954.

[13] Lamb. — Hydrodynamics, New-York, Dover, 1945.

[14] Larras. — La déformation ondulatoire des jetées verticales, *Travaux,* juin 1942.

[15] Larras. — Effet de la houle et du clapotis sur les fonds de sable, *IVes Journées de l'Hydraulique,* Paris, 1956.

[16] Lhermitte P. — Étude de la couche limite dans le cas des mouvements progressifs périodiques, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences,* 1957, p. 2352, t. CCXLIV.

[17] Lhermitte P. et Germain J. — Les transports littoraux sur les plages de galets, *Mémoires et travaux de la Société Hydrotechnique de France,* 1955, B.

[18] Longuet-Heggins. — Transports de masse dans la houle. *Phil. Trans. Roy. Soc. of London,* série A, n° 903, vol. CCXLV.

[19] C. C. Lin. — The theory of hydrodynamic stability, Cambridge University Press, 1955

[20] Madhav Manohar. — Mécanique des sédiments de fond provoqués par l'action de la houle, *Beach Erosion Board, Technical memorandum, n° 75,* 1955.

[21] Miche R. — Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur croissante ou décroissante, *Annales des Ponts et Chaussées,* 1942.

[22] Miche R. — Propriétés des trains d'ondes océaniques et de laboratoire, Service hydrographique de la Marine, C.O.E.C., *ouvrage n° 135,* Paris, 1954.

[23] Miche R. — Trains d'ondes océaniques, constitution, propagation, modes de prédiction, *IV^es Journées de l'Hydraulique,* Paris, 1956.

[24] Miche R. — Amortissement des houles dans le domaine de l'eau peu profonde, *Houille Blanche,* 1956, n° 5.

[25] Miche R. — Suite de l'article précédent (24) : Sur quelques résultats d'amortissement de houles en laboratoire, et leur interprétation — non encore publié —.

[26] Oudart Aldabert. — Les méthodes scientifiques de la couche limite laminaire, *Publication scientifique et technique du ministère de l'Air n° 218,* 1948.

[27] Oudart Aldabert. — Mise en régime de la couche limite de la plaque plane dans l'impulsion brusque à partir du repos, Communication au VIII^e Congrès international de Mécanique appliquée et théorique.

[28] Oudart Aldabert. — A propos d'un mouvement pulsatoire d'un fluide, *R.G.H.,* n° 77, 1957.

[29] Pelnard. — Essai de théorie de l'évolution des formes de rivage en plages de sables et de galets, *IV^es Journées de l'Hydraulique,* Paris, 1956.

[30] Rivière A. et Munier P. — Contribution à l'étude des argiles utilisées en céramique, Institut de Céramique française, 1948.

[31] Rivière A. — Études littorales, *Bulletin d'Information du C.O.E.C.,* Paris, octobre 1957.

[32] Rivière A. — Cours de sédimentologie professé en Sorbonne (1956-1957), non encore publié.

[33] A. de Rouville. — Le régime des côtes. Éléments hydrographiques des accès des ports, Imprimerie Nationale, 1942.

[34] Schubauer et Skramstad. — Laminar boundary layer, oscillation and transition on a flat plane, *N.A.C.A.,* 1943.

[35] Schubauer et Skramstad. — Laminar boundary layer, oscillation and transition on a flat plate, *Journal Aero Sci. J. Res. Nat. Bur. of Stand,* 1947.

[36] Sverdrup et Munk. — Wind, sea and swell. Hydrographic Service U.S. Navy, 1947.

[37] Tourner et Bassière. — Sur une solution des équations de la couche limite, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences.*

[38] Townsend A. A. — The structure of turbulence shear flow, Cambridge University Press, 1956.

[39] Valembois. — La considération sur la similitude dans les essais de houles sur modèle, *IV^es Journées de l'Hydraulique,* Paris, 1956.

[40] Van Straaten. — Quelques particularités du relief sous-marin de la mer de Waden (Hollande), Sédimentation et quaternaire, France, 1949.

41] Van Straaten. — Environments of formation and facies of the Waden sea sediments, *Tijdschrift vanhet Kon. Ned. Aardrijkskundig Genootschap,* mai 1950.

[42] Villat. — Leçons sur les fluides visqueux, Gauthiers-Villars.

[43] Vincent et Ruellan. — Communication au Comité technique de la S.H.F. en juin 1957 : « Mouvements solides provoqués par la houle sur un fond horizontal ».

SOMMAIRE

AVERTISSEMENT VII

AVANT-PROPOS IX

INTRODUCTION XI

EXPOSÉ PRÉLIMINAIRE. — TABLEAU D'ENSEMBLE DES PHÉNOMÈNES ÉTUDIÉS 1

I. GÉNÉRALITÉS 1
- 1° Conditions d'exécution des essais 1
- 2° Méthode d'analyse 2
- 3° Terminologie 3

II. MOUVEMENTS DANS LE FLUIDE SAIN 4

III. DESCRIPTION DE LA COUCHE LIMITE LAMINAIRE 5
- 1° Observations 5
- 2° Résultats empiriques 7

IV. DÉCOLLEMENT DE LA COUCHE LIMITE LAMINAIRE 7

V. COUCHE LIMITE TURBULENTE 9

VI. MOUVEMENTS PARTIELLEMENT TURBULENTS. — ÉMISSION DE TURBULENCE 10
- 1° Caractéristiques des mouvements partiellement turbulents 11
- 2° Influence de la longueur d'onde 11
- 3° Influence de la profondeur d'eau relative 12
- 4° Influence de la rugosité 12
- 5° Couche limite de transition 13

VII. COUCHE LIMITE DE SURFACE 13

CHAPITRE I. — HOULE PROGRESSIVE CYLINDRIQUE 15

I. DÉFINITION. — MODE DE CALCUL 15

II. RAPPEL DES DIVERSES THÉORIES MATHÉMATIQUES TRAITANT DE LA HOULE PROGRESSIVE CYLINDRIQUE 17

III. RÉSOLUTION DES HOULES PROGRESSIVES ROTATIONNELLES EN PROFONDEUR FINIE CONSTANTE 21

IV. ÉTUDE DU ROTATIONNEL 23
- 1° Houle irrotationnelle 23
- 2° Houle rotationnelle normale 23
- 3° Houle rotationnelle normale plus générale 24

V. HOULES PAR PROFONDEUR VARIABLE 26

VI. AMORTISSEMENT DE LA HOULE DANS UN FLUIDE VISQUEUX 27

CHAPITRE II. — COUCHE LIMITE DES HOULES PROGRESSIVES CYLINDRIQUES 33

I. ÉTUDE CRITIQUE DES ESSAIS DE M. HUON LI 34

II. Étude descriptive approchée de la couche limite des houles..... 37
1° Rappel des résultats classiques des couches limites en mouvements permanents..... 37
2° Description théorique de la couche limite dans un mouvement cylindrique périodique (houle établie)..... 41
3° Conclusions pratiques..... 47

III. Recherche des équations de la couche limite..... 48
1° Définition mathématique de la couche limite..... 48
2° Principe de détermination des équations de la couche limite laminaire au contact du fond..... 49
3° Schéma de résolution des équations de la couche limite au premier ordre d'approximation en h..... 50
4° Recherche d'une solution des équations de couche limite..... 54
5° Retour à l'équation de Navier-Stokes en u..... 58

CHAPITRE III. — PRÉSENTATION ET DISCUSSIONS DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX..... 65

I. Couche limite totalement turbulente..... 67
1° Étude critique des résultats de Huon Li..... 68
2° Résultats de nos expériences..... 70
3° Détermination du domaine des couches limites totalement turbulentes.. 70

II. Couche limite laminaire. — Mouvement partiellement turbulent..... 74

III. Vitesse de déplacement moyen de la couche limite..... 79

IV. Vitesse moyenne d'entraînement du fluide sain situé au-dessus de la couche limite..... 86

V. Vitesse moyenne d'entraînement dans le cas de mouvements à couche limite turbulente..... 88

VI. Épaisseur de la couche limite..... 88
1° Couches limites laminaires..... 91
2° Couches limites partiellement turbulentes..... 91
3° Couches limites turbulentes..... 93

VII. Émission de turbulence..... 93

VIII. Décollement de la couche limite..... 97

IX. Influence de la rugosité..... 101

X. Influence de la pente du fond..... 104

CHAPITRE IV. — MOUVEMENTS DES MATÉRIAUX SOUS L'EFFET DE LA HOULE..... 107

A. Mouvements des matériaux pulvérulents..... 107

I. Études récentes concernant les mouvements de matériaux sous l'action de la houle..... 107

II. Observations effectuées sur les mouvements de matériaux pulvérulents... 110

III. Formation des rides..... 113
1° Naissance et processus de formation des rides..... 113
2° Équilibre apparent des rides..... 115
3° Évolution des rides..... 116
4° Stabilité de l'écoulement près du fond liée à l'existence des rides..... 117

5° Limite de stabilité des rides 117
6° Relation entre les caractéristiques des rides et les caractéristiques de la houle 118

IV. Critère de formation des rides 120

V. Critère de disparition des rides et d'apparition du mouvement en masse ... 122

VI. Aperçu sur les lois générales du transport solide sous l'action de la houle 137

B. Mouvements des vases sous la houle en l'absence de remise en suspension 142

VII. Description des essais 142

VIII. Résultats des essais 144
1° Propagation de la houle sur des fonds de vase 144
2° Mouvements oscillatoires des particules de vase sous l'action d'une houle, à différentes profondeurs 150
3° Mouvements de translation des particules de vase dans le sens de propagation de la houle 151

IX. Applications pratiques 158

CONCLUSION 161

NOTATION ET SYMBOLES 163

BIBLIOGRAPHIE 167

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté :

Influence de la turbulence sur la vitesse de chute des particules dans un fluide pesant

Vu et approuvé :

Paris, le 20 janvier 1958

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

J. PÉRÈS

Vu

et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean SARRAILH

Imprimerie Nationale. — J. C. 803325.